



CENTRO DE INVESTIGAÇÃO &
INOVAÇÃO EM EDUCAÇÃO
CENTRE FOR RESEARCH &
INNOVATION IN EDUCATION

PENSAMENTO COMPUTACIONAL E PRÁTICAS DE ENSINO EXPLORATÓRIO EM MATEMÁTICA ELEMENTAR

Propostas Didáticas para o
1.º Ciclo do Ensino Básico

Rita Neves Rodrigues
Cecília Costa
Yelitza Freitas
José Sacramento
Virgílio Rato
Sónia Brito-Costa
Fernando Martins

Ficha técnica

Título.

PENSAMENTO COMPUTACIONAL E PRÁTICAS DE ENSINO EXPLORATÓRIO EM MATEMÁTICA ELEMENTAR:
Propostas Didáticas para o 1.º Ciclo do Ensino Básico

Autores.

Rita Neves Rodrigues (ORCID ID: 0000-0001-8072-8453)

Cecília Costa (ORCID ID: 0000-0002-9962-562X)

Yelitza Freitas (ORCID ID: 0000-0002-9394-7724)

José Sacramento (ORCID ID: 0000-0002-1300-417X)

Virgílio Rato (ORCID ID: 0000-0002-2412-4302)

Sónia Brito-Costa (ORCID ID: 0000-0002-7074-887X)

Fernando Martins (ORCID ID: 0000-0002-1812-2300)

Revisores externos.

Nuno Martins (ORCID: 0000-0001-8850-338X)

Sílvia-Natividade Moral-Sánchez (ORCID: 0000-0002-0200-3569)

Sofia Gonçalves (ORCID: 0000-0002-9893-7875)

Edição.

inED - Centro de Investigação e Inovação em Educação - Pólo de Coimbra
Instituto Politécnico do Porto

Design.

Maria Fernanda Antunes

Data.

Setembro 2025

ISBN.

978-972-8969-92-9

Suporte.

Eletrónico

Formato.

PDF / PDF/A

Reprodução (ou Copyright).

Citação.

Rodrigues, R.N., Costa, C., Freitas, Y., Sacramento, J., Rato, V., Brito-Costa, S., & Martins, F. (2025). Pensamento Computacional e Práticas de Ensino Exploratório em Matemática Elementar: Propostas Didáticas para o 1.º Ciclo do Ensino Básico. inED - Centro de Investigação e Inovação em Educação. ISBN. 978-972-8969-92-9

Índice

Nota introdutória_	P.3
Capítulo 1 Pensamento Computacional_	P.7
Capítulo 2 Práticas de Ensino Exploratório_	P.15
Capítulo 3 Planificação_	P.27
Modelo de planificação_	P.31
Conhecimentos prévios_	P.32
Recursos_	P.33
Objetivos de aprendizagem_	P.35
Avaliação_	P.41
Desenvolvimento da aula_	P.43
Capítulo 4 Propostas Didáticas_	P.46
<i>Peças Diferentes, Formas Iguais!</i> _	P.47
Proposta de Planificação_	P.48
Recursos_	P.52
<i>Passo a Passo até ao Bolo!</i> _	P.55
Proposta de Planificação_	P.55
Recursos_	P.63
<i>De estação em estação: Jogar, Registar e Aprender!</i> _	P.68
Proposta de Planificação_	P.68
Recursos_	P.76
<i>Todos a ligar! A Matemática dos telefonemas!</i> _	P.80
Proposta de Planificação_	P.80
Recursos_	P.85
<i>Peças Diferentes, Formas Iguais!</i> _	P.47
Proposta de Planificação_	P.48
Recursos_	P.52
<i>Programar para adicionar: O uso dos solos em Portugal!</i> _	P.89
Proposta de Planificação_	P.89
Recursos_	P.95
<i>Diagramas de Caule-de-Folhas com HypatiaMat: Organizar, Comparar e Interpretar!</i> _	P.104
Proposta de Planificação_	P.104
Recursos_	P.113
Referências Bibliográficas_	P.120
Agradecimentos_	P.134

Nota introdutória

Com as transformações rápidas e constantes que ocorrem nas sociedades, torna-se incerto determinar que aptidões devem ser ensinadas hoje às crianças e aos estudantes universitários. A dificuldade em decidir reside em saber que profissões e funções deixarão de existir e quais surgirão. As competências que eram valorizadas há séculos poderão ser facilmente automatizadas (Harari, 2024). Assim, Harari (2024) sugere que é essencial preparar as gerações mais jovens com habilidades que sejam relevantes para o futuro mercado de trabalho. A Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico (Organisation for Economic Co-Operation and Development (OECD), 2019) reflete sobre como preparar os estudantes para terem sucesso num mundo globalizado, onde é essencial compreender diferentes pontos de vista, interagir com respeito e fazer escolhas responsáveis.

No âmbito da política educativa nacional, em 2017 surgiu o documento orientador Perfil do Aluno no Final da Escolaridade Obrigatória que define as competências, valores e princípios que os alunos devem desenvolver ao longo da escolaridade obrigatória, preparando-os para os desafios do século XXI. Espera-se que os alunos desenvolvam competências que integrem conhecimentos, capacidades e atitudes, como a resolução de problemas, o pensamento crítico e o pensamento criativo (Ministério da Educação, 2017). O Pensamento Computacional tem ganhado destaque como uma capacidade essencial para o século XXI, que aprimora o processo de resolução de problemas, o raciocínio lógico e a criatividade (Li et al., 2024; Sukkamart et al., 2024). Esta capacidade vai muito além da programação,

pois envolve a capacidade de compreender e solucionar problemas de forma lógica e estruturada. O Pensamento Computacional envolve a seleção de informação, decomposição de problemas, criação de um conjunto de passos para a sua resolução, identificação de padrões e identificação e correção de possíveis erros (Carvalho et al., 2024; Özcan et al., 2021; Rodrigues et al., 2022). Para que ocorra o desenvolvimento desta capacidade, é essencial criar ambientes de aprendizagem que favoreçam o papel ativo dos alunos e que estimulem a resolução de problemas e a promoção de cidadãos ativos, criativos e críticos, capazes de enfrentar os desafios de uma sociedade em constante mudança (OECD, 2019). Neste sentido, é essencial alterar as práticas de sala de aula baseadas unicamente no cumprimento de instruções dos professores (OECD, 2019). As práticas de ensino exploratório emergem como uma prática de ensino que estimula uma aprendizagem ativa e significativa, promovendo maior envolvimento e autonomia por parte dos alunos (Canavarro et al., 2012; Freitas et al., 2024).

De forma a responder a estes desafios do século XXI não basta apenas uma revisão dos currículos educativos, sendo necessária formação docente que articule o conhecimento teórico e as indicações curriculares com a prática pedagógica (Rodrigues et al., 2025; Sun et al., 2023). Torna-se essencial apoiar os futuros professores no desenvolvimento de competências que lhes permitam implementar, de forma eficaz, o Pensamento Computacional em sala de aula. Para além do conhecimento dos conceitos teóricos que abrangem esta capacidade, é essencial que os futuros professores desenvolvam conhecimento didático que lhes permita a implementação de propostas didáticas na prática letiva. Investir na formação de professores não só garante que os futuros professores possuem competências para

desenvolver propostas eficazes na sua prática futura, como assegura uma implementação eficaz do Pensamento Computacional no ensino.

Este eBook, *Pensamento Computacional e Práticas de Ensino Exploratório em Matemática Elementar: Propostas Didáticas para o 1.º Ciclo do Ensino Básico*, reúne um conjunto de propostas didáticas concebidas para promover o desenvolvimento do Pensamento Computacional através da exploração de diversos temas matemáticos, com a implementação de práticas de ensino exploratório e o recurso a diferentes materiais didáticos. Estas propostas didáticas surgem como resultado de um programa de doutoramento implementado no âmbito da formação inicial de professores. Ao longo do programa, os futuros professores foram convidados a resolver tarefas destinadas ao 1.º Ciclo do Ensino Básico e, de seguida, a adaptá-las e a elaborar propostas didáticas para as implementar nos seus contextos de estágio. Reconhecendo-se o papel central dos professores na promoção de aprendizagens significativas, este eBook tem como finalidade apoiar os professores na implementação de estratégias que promovam o desenvolvimento do Pensamento Computacional no contexto das suas práticas letivas. Para tal, são apresentadas propostas didáticas alinhadas com os documentos curriculares em vigor, que procuram articular teoria e prática de forma acessível, relevante e aplicada à realidade escolar, antecedidas de uma síntese das bases teóricas que estão subjacentes à construção das mesmas.

Este eBook subdivide-se em 5 capítulos iniciando-se na presente Nota Introdutória. De seguida, no capítulo “Pensamento Computacional” pretende-se descrever esta capacidade matemática, bem como as

dimensões que a integram e a sua ligação com o tipo de tarefas implementadas. O capítulo “Práticas de Ensino Exploratório” apresenta esta metodologia, que foi adotada ao longo do programa de doutoramento, e que consta nas propostas didáticas apresentadas. Com o capítulo “Planificação” pretende-se evidenciar a importância desta etapa para os processos de ensino e de aprendizagem, bem como, apresentar o modelo de planificação adotado. Por último, são apresentadas as “Propostas Didáticas” em que se incluem planificações da proposta e de seguida alguns dos recursos necessários à implementação, como por exemplo, as folhas de exploração, os guiões de exploração, as folhas de Sistematização ou até as Tarefas de Avaliação Formativa.

Capítulo 1

Pensamento Computacional

O termo Pensamento Computacional foi introduzido por Seymour Papert (1980) e aprofundado por Jeannette Wing (2006), sendo reconhecido como um conjunto de competências fundamentais, entre elas a criatividade, o pensamento algorítmico, a cooperação, o pensamento crítico e a resolução de problemas (Korkmaz et al., 2017; Rodrigues, Brito-Costa, et al., 2024).

O Pensamento Computacional é entendido como uma capacidade essencial para a resolução de problemas de forma lógica e estruturada (Espinal et al., 2024).

Ao envolver os alunos em processos estruturados de formulação de resoluções de problemas, nos quais é necessário pensar criticamente, encontrar soluções e tomar decisões fundamentadas, é possível dotá-los de ferramentas essenciais à atividade matemática, destacando-se entre elas, o desenvolvimento do Pensamento Computacional (Ministério da Educação, 2021; Shen, 2025). O desenvolvimento do Pensamento Computacional, permite aos alunos adquirir a capacidade de analisar criticamente novas situações, tomar decisões fundamentadas e criar soluções eficazes, baseando-se na recolha e análise criteriosa de dados (Angeli & Georgiou, 2023; Çoban et al., 2021). O desenvolvimento desta capacidade tem sido reconhecido como um fator determinante para a promoção de competências fundamentais, tanto no contexto escolar como para a aprendizagem ao longo da vida (Özcan et al., 2021; Voon et al., 2022).

Dada a reconhecida importância desta capacidade para o mundo da educação, o Pensamento Computacional tem vindo a ser integrado nos currículos educativos de diversos países (Butler & Leahy, 2021; Li et al., 2024; Macann & Carvalho, 2021; Pewkam & Chamrat, 2022; Rodrigues, Brito-Costa, et al., 2024). Em Portugal, o Pensamento Computacional surge como parte integrante do currículo oficial de Matemática, designado por “Aprendizagens Essenciais” (Ministério da Educação, 2021). É considerado uma capacidade matemática a ser desenvolvida desde o 1.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico.

As Aprendizagens Essenciais são os documentos de orientação curricular utilizados em Portugal para definir os conhecimentos, competências e atitudes que todos os alunos devem desenvolver ao longo da escolaridade obrigatória (Portaria n.º 223-A/2018, de 3 de agosto, 2018).

Os conhecimentos, competências e atitudes definidos nas Aprendizagens Essenciais estão alinhados com as áreas de competências do Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória (Ministério da Educação, 2017). Este documento de referência tem como objetivo definir um conjunto de competências, atitudes e valores essenciais, que todos os alunos devem desenvolver ao longo da escolaridade obrigatória.

O Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade é composto por quatro componentes principais (Ministério da Educação, 2017):

- Princípios: Estabelece as bases da educação, como autonomia, responsabilidade, participação democrática, sustentabilidade e pensamento crítico;

- **Visão:** Define o que se pretende para os jovens ao concluírem a escolaridade obrigatória;
- **Valores:** Destaca os valores que todas as crianças e jovens devem ser incentivados a desenvolver ao longo da escolaridade obrigatória;
- **Áreas de Competências:** Apresenta os conhecimentos, capacidades e atitudes que os alunos devem desenvolver, organizados em oito áreas principais:
 - o Linguagens e textos;
 - o Informação e comunicação;
 - o Raciocínio e resolução de problemas;
 - o Pensamento crítico e criativo;
 - o Relacionamento interpessoal;
 - o Bem-estar, saúde e ambiente;
 - o Sensibilidade estética e artística;
 - o Consciência e domínio do corpo.

A ligação estabelecida entre as Aprendizagens Essenciais e o Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória assegura que os conteúdos curriculares são trabalhados de forma integrada, promovendo o desenvolvimento integral dos alunos (Ministério da Educação, 2021).

O desenvolvimento do Pensamento Computacional implica o desenvolvimento de cinco competências (Korkmaz et al., 2017; Rodrigues et al., 2025), que estão diretamente relacionadas com as áreas de competência do Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade, especificamente o raciocínio e resolução de problemas, o pensamento crítico e criativo e o relacionamento interpessoal.

As cinco competências associadas ao Pensamento Computacional são:

- **Criatividade:** permite o desenvolvimento de ideias originais e a criação de diferentes soluções para a resolução de um problema (Israel-Fishelson & HersHKovitz, 2022);
- **Pensamento algorítmico:** possibilita a estruturação de ações em sequências lógicas e organizadas para resolver problemas de forma eficiente (Ching & Hsu, 2024);
- **Cooperatividade:** fomenta o desenvolvimento de competências interpessoais, através do trabalho em grupo e da troca de ideias para a resolução de um problema (Doleck et al., 2017);
- **Pensamento crítico:** desenvolve a capacidade de analisar, questionar e avaliar informações fornecidas ou resoluções efetuadas (Wu et al., 2024);
- **Resolução de problemas:** possibilita a identificação de estratégias eficazes para encontrar soluções adequadas para um problema (Jiang & Li, 2021).

Embora seja fundamental compreender as competências associadas ao Pensamento Computacional, é igualmente relevante destacar que o seu desenvolvimento implica que sejam desenvolvidas, de forma integrada, cinco dimensões, conforme estabelecido nas Aprendizagens Essenciais de Matemática (Ministério da Educação, 2021).

As cinco dimensões do Pensamento Computacional são (Ministério da Educação, 2021):

- Abstração;
- Decomposição;

- Reconhecimento de padrões;
- Algoritmia;
- Depuração.

Nas Aprendizagens Essenciais de Matemática do Ensino Básico (Ministério da Educação, 2021) estas cinco dimensões aparecem de forma organizada, associadas aos objetivos de aprendizagem e às ações e estratégias de ensino previstas para cada dimensão. Na coluna dos objetivos de aprendizagem, cada dimensão é acompanhada por uma breve definição, enquanto na coluna das ações estratégicas de ensino do professor há uma breve explicação sobre as práticas e abordagens necessárias para o seu desenvolvimento.

As cinco dimensões do Pensamento Computacional são (Ministério da Educação, 2021):

- **Abstração:** refere-se à capacidade de selecionar e destacar os aspetos essenciais de uma tarefa, secundarizando detalhes e especificidades que não são relevantes para a sua resolução (Ministério da Educação, 2021; Peracaula-Bosch & Gonzalez-Martinez, 2022).
- **Decomposição:** consiste em dividir uma tarefa em partes mais pequenas e fáceis de resolver, permitindo ao aluno resolvê-la de forma gradual (Angeli & Georgiou, 2023; Ministério da Educação, 2021).
- **Algoritmia:** corresponde à capacidade de definição de um conjunto de passos que permitem encontrar a solução de uma tarefa (Carvalho et al., 2024; Martínez et al., 2022).

- **Depuração:** pressupõe a análise do processo de resolução efetuado, com o objetivo de identificar falhas, corrigi-las e aprimorar a resolução encontrada (Özcan et al., 2021; Rodrigues et al., 2022).
- **Reconhecimento de padrões:** caracteriza-se pela capacidade de identificar semelhanças ou regularidades nos processos de resolução das tarefas (Hsu & Tsai, 2024; Silva et al., 2024).

Ao ser desenvolvida a dimensão abstração no aluno, este vai ser capaz de se focar nos elementos essenciais da situação problemática, destacar esses elementos e assim simplificar a compreensão da situação problemática (Martínez et al., 2022). Neste sentido, aquando da resolução de situações problemáticas e tendo em vista o desenvolvimento da dimensão abstração, devem ser colocadas questões aos alunos que os façam refletir acerca dos elementos essenciais das tarefas apresentadas, como por exemplo: “Que elementos do enunciado foram essenciais para conseguirem resolver a tarefa?”. Desta forma, o aluno é capaz de estruturar o processo de resolução em etapas que, quando interligadas, permitem chegar à solução final (Sobral et al., 2024; Voon et al., 2022). Com o objetivo de se desenvolver a dimensão decomposição, durante a resolução de situações problemáticas poderão ser colocadas questões aos alunos que os incentivem a refletir sobre a divisão da tarefa em etapas mais simples. Entre outras, poderá colocar-se a seguinte questão: “que etapas tens de realizar para conseguires encontrar a solução da situação problemática?”. Para que ocorra o desenvolvimento da dimensão algoritmia, no decorrer da realização de situações problemáticas, deverá ser solicitado que os alunos reflitam acerca da resolução que efetuaram e que enumerem os passos que realizaram (Ministério da Educação, 2021; Zeng et al., 2023). Neste sentido, poderão

ser colocadas questões tais como “consegues descrever os passos que seguiste para resolver esta tarefa?” ou “se alguém quisesse resolver este problema, como explicarias o que deve fazer, passo a passo?”. A dimensão depuração poderá ser desenvolvida nos alunos através do incentivo à identificação de incorreções nas propostas de resolução ou da procura de alternativas mais eficazes para as propostas apresentadas (Haşlamam et al., 2024; Ministério da Educação, 2021). Para isto, poderão ser colocadas as seguintes questões orientadoras “a tua resposta final responde ao que foi pedido?” ou “há algum passo que possas melhorar ou corrigir na resolução?”. Para que ocorra o desenvolvimento da dimensão reconhecimento de padrões é necessário solicitar aos alunos que reconheçam e identifiquem padrões na resolução de situações problemáticas (Looi et al., 2024; Ministério da Educação, 2021). Neste contexto, podem ser colocadas questões que incentivem os alunos a identificar regularidades, tais como: “Consegues identificar alguma semelhança entre as várias propostas de resolução que elaboraste para a tarefa?” ou “O que há e comum entre a vossa resolução e a resolução dos vossos colegas? Há algo que se repete nas duas resoluções?”. No capítulo 4 “Propostas Didáticas” podem ser consultados mais exemplos de como pode ser desenvolvida cada dimensão no decorrer da resolução de tarefas.

Capítulo 2

Práticas de Ensino Exploratório

As práticas de ensino exploratório apresentam-se como uma prática pedagógica centrada no desenvolvimento de capacidades transversais nos alunos e a introdução de conceitos que ainda não foram trabalhados pelo professor. Os novos conhecimentos são desenvolvidos pelos alunos através da resolução de tarefas desafiadoras, que os incentivem a questionar, explorar e refletir sobre os conteúdos que estão a ser explorados (Canavarro et al., 2012).

A atividade do aluno durante o processo de aprendizagem provém da realização de uma tarefa. No entanto, a aprendizagem não ocorre apenas ao executar a tarefa, mas também ao pensar sobre ela, analisar estratégias e compreender os resultados obtidos (Ponte, 2005). Num ambiente de práticas de ensino exploratório as tarefas geralmente assumem a forma de um problema ou uma investigação (H. Oliveira et al., 2013). O professor poderá “optar por propor exercícios e/ou problemas, explorações e investigações nas quais os alunos têm que conceber e concretizar estratégias de resolução a partir dos seus conhecimentos prévios” (Ferreira & Ponte, 2017, p.200).

As tarefas podem apresentar as seguintes tipologias:

Exercício: apresentam uma estrutura fechada e um grau de desafio reduzido, onde a questão é apresentada de forma clara e direta. O aluno sabe quais conhecimentos e técnicas precisa aplicar e não encontra grande dificuldade para chegar à solução. Geralmente, os exercícios servem para praticar conceitos já aprendidos, reforçando habilidades sem exigir esforço cognitivo significativo (Dias et al., 2013; Ponte, 2005).

Problemas: apresentam uma estrutura fechada e um grau de desafio elevado, pois exige que o aluno interprete o enunciado, elabore estratégias e explore diferentes caminhos para encontrar a solução (Dias et al., 2013; Ponte, 2005).

Tarefas de exploração: apresentam uma estrutura fechada e um grau de desafio reduzido, onde é dada a hipótese dos alunos formulem questões, estabelecerem objetivos e desenvolverem estratégias para a resolução. O seu grau de desafio faz com que os alunos consigam iniciar imediatamente, sem necessidade de um planeamento aprofundado (Dias et al., 2013; Ponte, 2005).

Tarefas de investigação: apresentam uma estrutura aberta e um grau de desafio elevado, exigindo que os alunos formulem questões, estabeleçam objetivos e desenvolvam estratégias para a resolução. O seu grau de desafio exige um planeamento mais estruturado, levando os alunos a testar hipóteses, analisar resultados e argumentar sobre suas descobertas (Dias et al., 2013; Ponte, 2005).

Importa compreender que os exercícios permitem que o aluno aplique na prática os conhecimentos previamente adquiridos, servindo para consolidar conhecimentos (Ponte, 2005). Os problemas requerem reflexão, raciocínio e síntese sobre os conhecimentos previamente adquiridos (Dias et al., 2013). As tarefas de exploração e investigação incentivam os alunos a explorar diferentes caminhos de resolução, estimulando o pensamento crítico e permitindo que cheguem a conclusões variadas, como verdadeiros matemáticos (Azevedo, 2020).

Numa prática de ensino exploratório os alunos assumem um papel ativo e autónomo durante a resolução de tarefas (Canavarro et al., 2012; Freitas et al., 2024). Esta abordagem de ensino alinha-se à metáfora da bússola de aprendizagem proposta pela OECD (2019), que sublinha a importância de os alunos explorarem autonomamente novos contextos e encontrarem soluções de maneira significativa. As práticas de ensino exploratório valorizam a construção do conhecimento a partir da exploração e da comunicação, permitindo o desenvolvimento de competências essenciais, como a resolução de problemas, o raciocínio matemático, a comunicação e o trabalho colaborativo (Canavarro et al., 2012; Ferreira et al., 2024; Freitas et al., 2024; Freitas, Guiomar, et al., 2025).

Existem momentos em que os alunos trabalham geralmente em grupo, de forma colaborativa e autónoma, explorando ideias e resolvendo problemas, enquanto o professor observa, orienta e fornece o suporte necessário (Canavarro et al., 2012; H. Oliveira et al., 2013). O papel do professor é o de um facilitador, que orienta os alunos através de questões, oferecendo *feedback* e promovendo discussões que permitam aos alunos aprofundar o seu conhecimento.

Uma aula desenvolvida segundo as práticas de ensino exploratório estrutura-se em três ou quatro fases interligadas (H. Oliveira et al., 2013; Stein et al., 2008).

Conforme Canavarro et al. (2012), as fases que compõem uma aula seguindo as práticas de ensino exploratório são:

- **Introdução da tarefa:** o professor apresenta as tarefas aos alunos, explicando o contexto, os objetivos e as ferramentas que serão utilizadas.
- **Realização da tarefa:** os alunos desempenham um papel ativo, trabalhando individualmente ou em grupos.
- **Discussão da tarefa:** é acompanhada coletivamente, pois são partilhadas e discutidas as diferentes estratégias e soluções encontradas pelos diferentes grupos.
- **Sistematização das aprendizagens matemáticas:** é feita uma sistematização dos conteúdos trabalhados durante a aula.

O objetivo da fase de Introdução da tarefa é garantir que os alunos compreendam claramente como vão trabalhar, o que vão fazer e que materiais vão utilizar (Canavarro et al., 2012). Além disso, é fundamental que o professor esteja atento às dúvidas e comentários dos alunos, utilizando este momento para ajustar as explicações e assegurar que todos compreendam as indicações e estejam preparados para trabalhar de forma autónoma (H. Oliveira et al., 2013).

Na fase de Realização da tarefa os alunos exploram as tarefas, enquanto o professor se mantém disponível, observando e fornecendo a orientação necessária para promover o desenvolvimento das tarefas. É importante garantir que os alunos trabalhem de forma colaborativa. Em Freitas et al. (2023) verificou-se esta necessidade, visto que alguns alunos estavam a

trabalhar individualmente dentro do grupo. A orientação do professor durante esta fase é feita através de perguntas orientadas para a reflexão, que estimulam os alunos a analisar as suas soluções e a compreenderem eventuais erros (Canavarro et al., 2012). Durante as orientações, o professor deve ter o cuidado para manter o nível de desafio das tarefas e garantir que os alunos usem diferentes estratégias para resolver os problemas, sem tentar uniformizá-las. Isto irá permitir uma discussão matemática mais rica e ajudará os alunos a aprenderem de forma colaborativa e significativa (H. Oliveira et al., 2013). Durante esta fase, é fundamental assegurar que os alunos elaborem registos escritos, que servirão como objetos de análise e discussão coletiva (S. Martins, 2020). Poderão ser usados guiões de exploração (Freitas et al., 2024) ou folhas de exploração (Carvalho et al., 2024) orientados para o trabalho autónomo dos alunos. Nesta fase, importa ainda que o professor analise e selecione as resoluções pertinentes para a fase seguinte (Canavarro et al., 2012).

Na fase de Discussão da tarefa, as estratégias e soluções selecionadas deverão ser organizadas com uma sequência lógica, de modo a estabelecer conexões entre as diferentes resoluções. É importante que, durante a partilha, os grupos não se limitem a reproduzir as suas resoluções, mas que expliquem de forma clara e detalhada as suas estratégias e raciocínios. O professor, por sua vez, deve assumir um papel de mediador, promovendo a comparação e a análise conjunta das soluções e a troca de ideias entre os alunos. Esta fase é uma oportunidade para os alunos refletirem sobre erros, aperfeiçoarem as resoluções e construírem novos conhecimentos (Canavarro et al., 2012; H. Oliveira et al., 2013).

Na fase de Sistematização das aprendizagens matemáticas, o professor adota uma postura mais diretiva, orientando os alunos para a organização dos conceitos trabalhados e a construção do conhecimento. Esta síntese permite uma conexão entre os conhecimentos prévios dos alunos e os novos conhecimentos (Canavarro et al., 2012). A sistematização poderá ser apoiada com uma folha de sistematização, que permite aos alunos o acompanhamento e registo da síntese dos principais conteúdos abordados (Carvalho et al., 2024; Freitas et al., 2023). Alternativamente, a sistematização poderá ser realizada por meio da projeção e preenchimento coletivo de uma tabela que resuma os conteúdos trabalhados (Canavarro et al., 2012).

A fase de discussão é considerada exigente para o professor, uma vez que exige assegurar o estabelecimento de conexões entre as ideias e promover o desenvolvimento do conhecimento e do pensamento matemático dos alunos (H. Oliveira et al., 2013).

No estudo realizado por Guerreiro et al. (2015), verifica-se que os professores utilizam diferentes tipos de perguntas em sala de aula para promover a aprendizagem matemática.

Existem tipos de perguntas principais do professor (Guerreiro et al., 2015):

Perguntas de verificação: têm como objetivo avaliar o conhecimento dos alunos, comparando-o aos conteúdos já abordados.

Perguntas de focalização: procuram direcionar a atenção dos alunos para aspetos específicos considerados importantes.

Perguntas de inquirição: são formuladas para explorar o pensamento matemático dos alunos, incentivando-os a refletir, justificar estratégias, explicar raciocínios e relacionar ideias, com o intuito de construir novos conhecimentos.

Tanto as perguntas de focalização quanto as de inquirição são reconhecidas como ferramentas que contribuem significativamente para o desenvolvimento da compreensão e do raciocínio matemático. O estudo de Martinho e Ponte (2005) mostra que a professora se foca principalmente em perguntas de focalização e de confirmação, enquanto as perguntas de inquirição surgem com menos frequência. Isto vai ao encontro do estudo realizado por Freitas, Martins, et al. (2025), onde se observou que durante a orquestração de discussões coletivas as ações da professora centram-se na interpretação das interações com os alunos e entre os alunos, através de pedidos de esclarecimentos com perguntas específicas e intencionais.

A prática de ensino exploratório é complexa pois “requer uma gestão cuidadosa dos contributos dos alunos em sala de aula” (Ferreira & Ponte, 2017, p.199). Dada a complexidade das discussões que são geradas nesta abordagem de ensino, Stein et al. (2008) sugerem cinco práticas que os professores podem adotar para, progressivamente, melhorar a qualidade dessa gestão.

As cinco práticas que podem melhorar a qualidade da gestão de discussões são (Stein et al., 2008):

- Planificação;
- Antecipação das contribuições dos alunos;

- Preparação de possíveis respostas para essas contribuições;
- Tomada de decisões sobre como estruturar as apresentações dos alunos de modo a promover a aprendizagem matemática.

Esta planificação e antecipação pode ser concretizada através do quadro conceptual (Quadro 1) apresentado por (Canavarro et al., 2012) relacionado com as práticas de ensino exploratório.

Quadro 1

Quadro conceptual das ações realizadas pelo professor no contexto de práticas de ensino exploratório

	Promoção da aprendizagem matemática	Gestão da aula
Introdução da tarefa	<p>Garantir a apropriação da tarefa pelos alunos:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Familiarizar com o contexto da tarefa (material cubos e autocolantes para apresentação) - Esclarecer a interpretação da tarefa (como?) - Estabelecer objetivos (o que se quer saber?) <p>Promover a adesão dos alunos à tarefa:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Estabelecer conexões com experiência anterior - Desafiar para o trabalho 	<p>Organizar o trabalho dos alunos:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Definir formas de organização do trabalho (grupos de dois alunos para o trabalho autónomo e turma toda para a discussão coletiva) - Organizar materiais da aula (folhas com enunciado da tarefa e cubos e autocolantes para todos os grupos)

Realização da tarefa	<p>Garantir o desenvolvimento da tarefa pelos alunos:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Colocar questões e dar pistas - Sugerir representações - Focar ideias produtivas - Pedir clarificações e justificações <p>Manter o desafio cognitivo e autonomia dos alunos:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Cuidar de promover o raciocínio dos alunos - Cuidar de não validar a correção matemática das respostas dos alunos (nem respostas, nem expressões faciais) 	<p>Promover o trabalho de pares/grupos:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Regular as interações entre alunos - Providenciar materiais para o grupo <p>Garantir a produção de materiais para a apresentação pelos alunos:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Pedir registos escritos - Fornecer materiais a usar (acetatos e canetas) <p>Organizar a discussão a fazer:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Identificar e selecionar resoluções variadas (clarificadoras, com erro a explorar, e com representações relevantes) - Sequenciar as resoluções selecionadas.
Discussão da tarefa	<p>Promover a qualidade matemática das apresentações dos alunos:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Pedir explicações claras das resoluções (Porquê?) - Pedir justificações sobre os resultados e as formas de representação utilizadas - Discutir a diferença e eficácia matemática das resoluções apresentadas (tabelas e regras escritas como expressões com letras) <p>Regular as interações entre os alunos na discussão:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Incentivar o questionamento para clarificação de ideias apresentadas ou esclarecimento de dúvidas - Incentivar a resposta às questões colocadas. 	<p>Criar ambiente propício à apresentação e discussão:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Dar por terminado o tempo de resolução da tarefa pelos alunos - Providenciar a reorganização dos lugares/espaco para a discussão - Promover atitude de respeito e interesse genuíno pelos diferentes trabalhos apresentados <p>Gerir relações entre os alunos:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Definir a ordem das apresentações - Promover e gerir as participações dos alunos na discussão

Sistematização das aprendizagens matemáticas	<ul style="list-style-type: none"> - Institucionalizar ideias ou procedimentos relativos ao desenvolvimento do pensamento algébrico suscitado pela exploração da tarefa: - Identificar representações produtivas para obter generalizações (tabela) - Reconhecer o valor de uma regra com letras - Estabelecer conexões com aprendizagens anteriores: - Evidenciar ligações com conceitos matemáticos e procedimentos anteriormente trabalhados (ideia de regra com letras; ideia de operação inversa). 	<ul style="list-style-type: none"> - Criar ambiente adequado à sistematização: - Focar os alunos no momento de sistematização coletiva - Promover o reconhecimento da importância de apurar conhecimento matemático a partir da tarefa realizada - Garantir o registo escrito das ideias resultantes da sistematização: - Registo pela professora em acetato que previamente estruturou.
--	--	---

Nota. Quadro retirado de Canavarro et al. (2012).

Este quadro conceptual resume, de forma clara e concisa, as ações realizadas pelo professor no contexto de ensino. Além de descrever o que o professor faz em cada fase da aula, também destaca os objetivos ou intenções principais que guiam essas ações.

As suas ações centram-se em dois propósitos principais interrelacionados:

Promoção das aprendizagens matemáticas dos alunos: são colocadas as ações que irão promover a aprendizagem matemática dos alunos em cada fase da aula (Canavarro et al., 2012). Por exemplo, aqui podem ser colocadas as possíveis questões orientadoras que irão orientar os alunos durante a resolução das tarefas ou durante a discussão.

Gestão da aula: são introduzidas as ações relacionadas com a gestão da aula, como a definição dos tempos destinados a cada fase da aula, as formas de organização do trabalho dos alunos e dos materiais, as ações que irão permitir a promoção do trabalho dos alunos e a gestão das relações, as formas de organização da discussão e os aspetos a ter em conta na sistematização (Canavarro et al., 2012).

Vários estudos demonstram que estruturar a aula com base nas práticas de ensino exploratório não apenas melhora a aprendizagem dos alunos (Ferreira et al., 2024; Freitas, Guiomar, et al., 2025; Silva et al., 2024), mas também promove o desenvolvimento de competências essenciais (Pinto et al., 2023). Além disso, facilita a integração de artefactos digitais na sala de aula (Freitas et al., 2024). Os estudos de Freitas et al. (2024) e Silva et al. (2024) mostram a aplicação prática do quadro conceptual de (Canavarro et al., 2012), demonstrando como foi utilizado na planificação de práticas de ensino exploratório. No capítulo 4 “Propostas Didáticas”, são apresentados exemplos concretos de planificação que seguem esse modelo, reforçando a sua relevância na estruturação práticas de ensino exploratório.

Capítulo 3

Planificação

A planificação de uma aula assume um papel central no processo de ensino e de aprendizagem, envolvendo a tomada de decisões por parte do professor, com base no contexto específico da aula que pretende lecionar (Bezerra & Quaresma, 2023). Planificar uma aula de matemática pressupõe que o professor defina objetivos claros de aprendizagem, selecione tarefas matemáticas desafiantes e estructure ambientes que promovam o raciocínio, a comunicação e a resolução de problemas (M. Martins et al., 2024).

A elaboração de uma planificação é uma tarefa difícil, que envolve um conjunto de múltiplos aspetos a ter em conta (Serrazina, 2017). Esta ação exige que o professor mobilize diferentes dimensões do Conhecimento Didático do Professor (Ponte, 2012), fundamentais para uma prática pedagógica intencional e coerente. Alinhada a esta ideia, Ferreira e Ponte (2017) referem que as práticas de ensino exploratório são complexas e exigem do professor “um conhecimento profundo e conceptual da Matemática e do seu ensino” (p. 197).

As quatro dimensões do Quadro conceptual Conhecimento Didático do Professor em Matemática (Ponte, 2012) podem ser definidas da seguinte forma:

Conhecimento da matemática para o seu ensino: Refere-se à interpretação que o professor faz sobre o modo de trabalhar a matemática e como adapta o seu conhecimento matemático para o ensinar em sala de aula, indo além do saber científico puro;

Conhecimento dos alunos e dos seus processos de aprendizagem: Diz respeito ao conhecimento que o professor tem dos seus alunos enquanto indivíduos, incluindo os seus interesses, necessidades e formas de aprender;

Conhecimento do currículo: Envolve o domínio das orientações curriculares, dos objetivos de ensino, da organização dos conteúdos, dos materiais didáticos e dos processos de avaliação;

Conhecimento da prática letiva: Abrange toda a planificação e implementação das aulas, desde a elaboração de tarefas, à organização do trabalho dos alunos e à avaliação das aprendizagens.

O conhecimento da matemática para o seu ensino é essencial no processo de planificação de uma aula, uma vez que permite ao professor compreender profundamente os conceitos que vai abordar e saber o modo como os deve trabalhar em sala de aula (Ponte, 2012; Serrazina, 2017). Ao planificar uma aula, o professor precisa de ter conhecimento dos alunos e dos seus processos de aprendizagem para assim antecipar quais serão os seus interesses, formas de pensar e dificuldades recorrentes, permitindo adaptar as tarefas e definir estratégias mais ajustadas (M. Martins et al., 2024). De forma a definir os objetivos a atingir com a sua aula, o professor precisa de mobilizar o seu conhecimento do currículo para determinar que conteúdos irá abordar e de que forma os poderá organizar, fazendo uma gestão curricular eficaz (Bezerra & Quaresma, 2023). Por último, o conhecimento do professor relativo à prática letiva constitui-se como o nuclear do conhecimento didático de um professor (Ponte, 2012). Assim,

durante a elaboração da planificação de uma aula, o professor precisa de definir decisões didáticas fundamentais, como o desenho e a seleção de tarefas, a gestão e a organização do trabalho dos alunos e os momentos de discussão coletiva, tendo em vista as aprendizagens que os alunos deverão ter atingido no final daquela sessão (Fonseca & Ponte, 2025).

Modelo de planificação

Durante a formação inicial, os futuros professores dispõem de uma reduzida experiência de ensino e encontram-se em processo de desenvolvimento das várias dimensões do seu conhecimento didático, o que torna a tarefa de planificar aulas particularmente desafiante (Bezerra & Quaresma, 2023; Rodrigues, Costa, et al., 2024). Face à complexidade que envolve o processo de planificação e à necessidade de se apoiar os professores e futuros professores no planeamento da prática docente alinhada com os princípios das práticas de ensino exploratório, foi criado um modelo de planificação que visa auxiliar a organização e planificação das aulas. Este modelo, foi pensado especialmente para contextos da implementação de práticas de ensino exploratório no 1.º Ciclo do Ensino Básico. Com a sua utilização, procura-se ter em conta as diferentes dimensões do Conhecimento Didático que os professores precisam de desenvolver durante a planificação das quatro fases das práticas de ensino exploratório. Apresenta-se no Quadro 2 o modelo de planificação estruturado.

Quadro 2.

Modelo de planificação estruturado.

Ano de escolaridade		Área curricular		Duração	
Conhecimentos prévios			Recursos		
Tema		Tópico	Subtópico	Objetivo de aprendizagem	A. C. Perfil dos Alunos
Tema matemático					
Capacidades matemáticas					
Avaliação da aula					
Fase da aula (Tempo)		Descrição do desenvolvimento da aula			
Introdução da tarefa (_ minutos)		Desenvolvimento da aula			
		Promoção da aprendizagem matemática		Gestão da aula	
Realização da tarefa (_ minutos)		Desenvolvimento da aula			
		Promoção da aprendizagem matemática		Gestão da aula	
Discussão da tarefa (_ minutos)		Desenvolvimento da aula			
		Promoção da aprendizagem matemática		Gestão da aula	
Sistematização das aprendizagens matemáticas (_ minutos)		Desenvolvimento da aula			
		Promoção da aprendizagem matemática		Gestão da aula	

Nas subsecções seguintes será apresentada uma explicação detalhada de cada um dos campos deste modelo de planificação. Esta explicação visa clarificar os objetivos de cada campo e evidenciar as possíveis articulações com o desenvolvimento do conhecimento didático e com as práticas de ensino exploratório.

Conhecimentos prévios

O modelo de planificação proposto (Quadro 2) inicia-se pela identificação do ano de escolaridade, da área curricular e da duração da aula que se pretende lecionar. Seguidamente, no campo “Conhecimentos prévios” são registados os conhecimentos elementares que o aluno deverá ter para que possa iniciar a resolução das tarefas que serão propostas (Rossi & Santos, 2020). A identificação dos conhecimentos prévios dos alunos é fundamental para a construção de novas aprendizagens e implicam tanto o conhecimento do currículo como o conhecimento dos alunos e dos seus processos de aprendizagem (Silva, 2014). Para a planificação de uma aula é necessário que o professor conheça as aprendizagens que os alunos já adquiriram e quais as dificuldades que ainda apresentam relacionadas com os conteúdos a abordar.

Os conhecimentos prévios são a base sobre a qual novas ideias e competências podem ser construídas, permitindo que a aprendizagem ocorra de forma mais significativa e conectada (J. Oliveira et al., 2024). Se as tarefas propostas estiverem demasiado afastadas do nível de desenvolvimento dos alunos, correm o risco de gerar frustração ou desmotivação; se forem demasiado simples, podem não promover novos

desafios cognitivos. Assim, compreender o ponto de partida dos alunos permite ajustar a complexidade das tarefas e adotar estratégias mais eficazes para os apoiar na superação das suas dificuldades (Endres et al., 2023).

Para aceder aos conhecimentos prévios do aluno, o professor pode recorrer a diferentes estratégias de avaliação, como a observação e registo, a análise de produções anteriores, a realização de questionários ou tarefas exploratórias no início da aula ou da unidade, bem como momentos de conversa com os alunos (Fernandes, 2021; Lopes & Silva, 2020).

Recursos

No campo “Recursos”, devem ser apresentados os materiais mais adequados para apoiar a aula, tendo em conta os objetivos de aprendizagem e as características dos alunos. Estes recursos podem incluir materiais manipuláveis, como por exemplo, material multibásico, *tangrams*, blocos lógicos, régua ou geoplano; folhas de exploração construídas para orientar o trabalho autónomo ou colaborativo dos alunos; artefactos digitais, como a plataforma *HypatiaMat*, o ambiente de programação *Scratch*, entre outros; e ainda instrumentos que auxiliem o registo escrito, como lápis, borracha, marcadores ou folhas de rascunho.

A escolha dos recursos deve ser feita de forma criteriosa, articulando diferentes dimensões do conhecimento didático do professor: o conhecimento dos alunos, o conhecimento da matemática para o ensino e o conhecimento da prática letiva. Ao seleccionar os materiais, o professor tem de considerar não só o conteúdo matemático a trabalhar, mas também

o modo como estes recursos podem ser usados para auxiliar o desenvolvimento do pensamento matemático e dos conceitos matemáticos a abordar, e como serão integrados na dinâmica da aula.

A capacidade do professor organizar e gerir intencionalmente os artefactos no ambiente de aprendizagem, com o objetivo de promover a apropriação destes artefactos pelos alunos, transformando-os em verdadeiras ferramentas de pensamento matemático, é designada por orquestração instrumental (Monteiro & Costa, 2021; Trouche, 2004). Este conceito refere-se às decisões intencionais do professor sobre a disposição dos artefactos no ambiente de aprendizagem, os modos como são explorados e as interações promovidas com os alunos (Monteiro & Costa, 2021; Teixeira et al., 2016; Trouche, 2004). Uma mesma ferramenta pode assumir funções distintas consoante o seu uso e o contexto em que é integrada, transformando-se num verdadeiro instrumento de aprendizagem através da mediação do professor (Drijvers et al., 2010; S. Martins, 2020). Assim, a eficácia de um recurso depende não só da sua escolha de acordo com os objetivos de aprendizagem e com as necessidades dos alunos, mas também da forma como é mobilizado de modo estruturado e significativo pelo professor (Freitas et al., 2024).

Ao planificar a aula, o professor deve considerar não só que recursos selecionar, mas também como irá orquestrá-los de forma a promover uma aprendizagem matemática ativa e significativa (Costa et al., 2022; Jesus et al., 2020). A orquestração instrumental implica um planeamento cuidado, no qual o professor antecipa as formas de integrar os recursos de maneira eficaz no desenvolvimento das tarefas. Neste sentido, aquando da

utilização de um novo recurso, é de extrema importância experimentar previamente os materiais, analisar as tarefas que se pretendem implementar e planear a sua exploração com clareza. O recurso certo, no momento certo, pode fazer toda a diferença na forma como os alunos constroem o seu conhecimento matemático.

Ao planificar, o professor deve refletir sobre questões essenciais, como:

1. Quais os materiais mais adequados para apoiar a aprendizagem dos conceitos matemáticos que serão trabalhados?
2. Quais os materiais mais adequados às características dos alunos?
3. Como serão explorados esses materiais durante a aula?

Objetivos de aprendizagem

Na indicação do tema, tópico e subtópico a abordar o professor deve garantir uma organização clara dos conteúdos a abordar, garantindo a coerência com as orientações curriculares em vigor.

Um objetivo de aprendizagem pode ser definido como uma descrição clara, específica e observável do que se espera que o aluno saiba, compreenda ou seja capaz de fazer no final de uma aula ou de um processo de aprendizagem (Ferraz & Belhot, 2010). Os objetivos de aprendizagem a atingir com a aula devem então ser formulados de forma clara, objetiva e realista, estabelecendo o que é que o aluno deve aprender com aquela aula. Ao definir objetivos de aprendizagem, o professor deve refletir sobre as

aprendizagens já adquiridas e aquelas que serão desenvolvidas. Para isso, é essencial mobilizar tanto o conhecimento da matemática para o seu ensino quanto o conhecimento do currículo, garantindo uma abordagem estruturada e coerente que favoreça a progressão da aprendizagem.

Para apoiar esta tarefa de definição dos objetivos de aprendizagem, a Taxonomia de Bloom (Armstrong, 2010) surge como uma ferramenta útil, permitindo estruturar os objetivos de aprendizagem de forma hierárquica e progressiva.

A Taxonomia de Bloom foi desenvolvida para auxiliar a estruturação do processo educativo, facilitando a planificação, a organização e a monitorização dos objetivos de aprendizagem (Armstrong, 2010; Krathwohl, 2002). A aplicação da Taxonomia de Bloom no contexto educativo serve como referência para a criação de instrumentos de avaliação e para a adoção de estratégias diversificadas que permitam “facilitar, avaliar e estimular o desempenho dos alunos em diferentes níveis de aquisição de conhecimento” (Ferraz & Belhot, 2010, p.422). Permite ainda que os professores orientem os seus alunos de forma estruturada e intencional, auxiliando-os no desenvolvimento de competências específicas. Esse processo parte da compreensão de que, inicialmente, é fundamental dominar habilidades básicas (factos) para, progressivamente, alcançar níveis mais avançados de conhecimento (conceitos).

De acordo com a Taxonomia de Bloom, o desenvolvimento cognitivo dos alunos segue uma estrutura hierárquica, o que significa que o conhecimento deve ser construído progressivamente, partindo de conceitos mais simples

até chegar a ideias mais complexas (Krathwohl, 2002). Isto significa que o conhecimento deve ser construído do concreto/real para o abstrato. Para que isto seja possível, é importante que o professor desenvolva uma planificação da aula bem estruturada.

É essencial que os objetivos de aprendizagem estejam bem definidos de modo a responderem às aprendizagens a alcançar. Os objetivos de aprendizagem são classificados em três domínios (Ferraz & Belhot, 2010):

Cognitivo: refere-se à aprendizagem e à aquisição do novo conhecimento. Apresenta uma estrutura hierárquica que vai do mais simples ao mais complexo, incluindo seis níveis: Conhecimento, Compreensão, Aplicação, Análise, Síntese e Avaliação. Os objetivos relacionados com esta categoria centram-se na capacidade de recordar, compreender e aplicar conhecimentos adquiridos.

Afetivo: relaciona-se com as emoções, atitudes e valores. Engloba cinco níveis: Recetividade, Resposta, Valorização, Organização e Caracterização. Os objetivos relacionados com esta categoria centram-se nos sentimentos, interesses, atitudes ou valores.

Psicomotor: refere-se às habilidades físicas, incluindo reflexos, perceção, movimentos e comunicação não verbal. Apresenta quatro níveis: Imitação, Manipulação, Articulação e Naturalização.

Em cada categoria, a progressão dos níveis depende sempre do domínio dos níveis anteriores. Deste modo, a classificação dos objetivos de aprendizagem permite ao professor delinear metas de aprendizagem mais

completas e ajustadas às várias dimensões do desenvolvimento dos alunos. Especificamente no domínio cognitivo, que está diretamente relacionado com a aquisição e aplicação de conhecimentos, os objetivos organizam-se de forma hierárquica, desde níveis mais simples, como recordar ou compreender, até níveis mais complexos, como analisar, sintetizar ou avaliar (Ferraz & Belhot, 2010; Krathwohl, 2002).

Para que a definição dos objetivos seja efetivamente eficaz, é fundamental que o professor conheça o ponto de partida dos seus alunos. Saber em que nível se encontram – se ainda estão a desenvolver a compreensão de conceitos ou se já têm capacidade para os aplicar, analisar ou avaliar – é o que permite selecionar objetivos realistas e desafiantes (Armstrong, 2010). Esta avaliação prévia do nível de desenvolvimento dos alunos não só orienta a escolha do objetivo mais adequado, como também assegura uma progressão estruturada e significativa na aprendizagem. Assim, a Taxonomia de Bloom não deve ser vista apenas como um guia para organizar metas, mas também como uma ferramenta para a diferenciação pedagógica e para responder às necessidades reais dos alunos. De acordo com Ferraz e Belhot (2010), cada nível do domínio cognitivo na Taxonomia de Bloom está associado a um conjunto específico de verbos que auxiliam os professores na formulação de objetivos de aprendizagem mais claros e adequados à complexidade cognitiva pretendida.

De seguida, apresentam-se exemplos de verbos correspondentes a cada nível do domínio cognitivo (Ferraz & Belhot, 2010):

Conhecimento: enumerar, definir, descrever, identificar, denominar, listar, ordenar e reconhecer.

Compreensão: explicar, reformular, reescrever, resumir, classificar, interpretar e redefinir.

Aplicação: aplicar, demonstrar, desenvolver, descobrir, resolver, construir, organizar, modificar e praticar.

Análise: analisar, comparar, distinguir, diferenciar, inferir, relacionar, examinar e questionar.

Síntese: criar, elaborar, estabelecer, formular, planejar, reorganizar, estruturar e projetar.

Avaliação: avaliar, averiguar, concluir, criticar, decidir, defender, discriminar, relatar, validar e julgar.

De modo a apoiar na definição de objetivos de aprendizagem e clarificar a sua formulação segundo os níveis cognitivos da Taxonomia de Bloom, apresentam-se a seguir exemplos aplicados ao tema “Números” e ao tópico “Adição e Subtração”, ilustrando como um mesmo conteúdo pode ser trabalhado em diferentes níveis de domínio cognitivo.

Conhecimento: Identificar os sinais da adição e da subtração.

Compreensão: Explicar, com palavras suas, o que significa adicionar e subtrair.

Aplicação: Resolver corretamente operações de adição e subtração com números até 100.

Análise: Comparar duas estratégias diferentes de resolução de um problema de subtração e indicar qual é mais eficiente.

Síntese: Elaborar um problema matemático que envolva uma situação do quotidiano onde seja necessário adicionar e subtrair.

Avaliação: Justificar a escolha de uma determinada estratégia de cálculo numa operação de subtração.

No decorrer da elaboração da planificação, o professor deve ainda ter em conta as capacidades matemáticas, e os respetivos objetivos de aprendizagem, que deverão ser integradas no desenvolvimento dos temas matemáticos, e não ser tratadas como um tema isolado, conforme preconizam as Aprendizagens Essências de Matemática (Ministério da Educação, 2021). O campo das capacidades matemáticas presente no modelo de planificação tem como objetivo auxiliar o professor a orientar intencionalmente as suas práticas para o desenvolvimento destas capacidades, assegurando que os alunos não só adquirem conhecimentos, mas também capacidades essenciais para a aprendizagem da matemática. Devem ser indicadas as capacidades matemáticas que serão desenvolvidas ao longo da aula. Este tema pode ser facilmente identificado nas Aprendizagens Essenciais, onde são apresentadas as capacidades matemáticas essenciais a serem trabalhadas ao longo do 1.º Ciclo do Ensino Básico. A integração das áreas de competências do Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória no modelo de planificação permite que o

professor estabeleça ações estratégicas de forma a promover competências essenciais para a formação de cidadãos ativos, responsáveis e com capacidade de intervir no mundo que os rodeia. Neste campo devem ser colocadas as áreas de competências que serão desenvolvidas durante a aula. Para isso, o professor deverá consultar este documento de referência.

Avaliação

A avaliação é um instrumento regulador que deve estar integrado à planificação da aula (Decreto-Lei n.º 139/2012 de 5 de julho, 2012) podendo assumir diversas formas, como registos escritos ou produções dos alunos. Este tipo de avaliação, que decorre ao longo do processo de ensino e aprendizagem, centra-se na recolha de evidências que revelem o envolvimento dos alunos, as aprendizagens desenvolvidas e até as dificuldades sentidas. O principal objetivo é apoiar os alunos no seu progresso, fornecendo-lhes *feedback* regular e permitir ao professor ajustar a prática pedagógica de forma contínua, promovendo uma aprendizagem mais eficaz e personalizada (Lopes & Silva, 2020). Designada por avaliação formativa, ou avaliação para as aprendizagens (Lopes & Silva, 2020), esta forma de avaliação está orientada para apoiar o processo de aprendizagem dos alunos, tal como previsto no Decreto-lei n.º 55/2018 de 06 de julho (2018).

Ideia-chave: A avaliação formativa é como um "GPS" que orienta o percurso e permite fazer ajustes à rota antes de chegar ao destino.

Para uma compreensão mais completa do papel da avaliação no processo educativo, é igualmente importante considerar outros dois tipos de avaliação: a avaliação diagnóstica e a avaliação sumativa.

A avaliação diagnóstica é realizada antes do início de uma nova unidade ou sequência de aprendizagem. O objetivo principal é levantar informações sobre os conhecimentos prévios, dificuldades e necessidades dos alunos, permitindo ao professor planear o ensino de forma mais eficaz (Roque & Guerreiro, 2020).

Ideia-chave: A avaliação diagnóstica é como um “check-up” inicial que mostra de onde o aluno parte, quais são os seus conhecimentos e as suas dificuldades para que o ensino possa ser bem direcionado.

A avaliação sumativa é feita ao final de um ciclo de aprendizagem através de testes, trabalhos ou provas com o intuito descrever e classificar a qualidade das aprendizagens dos alunos (Fernandes, 2021).

Ideia-chave: A avaliação sumativa é como uma fotografia final que mostra os resultados alcançados.

A definição do método de avaliação da aula é essencial para assegurar a coerência entre os objetivos definidos e as aprendizagens que se pretendem promover. Através da avaliação formativa o professor consegue obter *feedback* contínuo sobre o progresso dos alunos, identificar dificuldades emergentes e ajustar, sempre que necessário, as práticas de ensino e as tarefas propostas. O foco está em apoiar o aluno no seu percurso de aprendizagem, ajudando-o a tomar consciência das suas

aprendizagens e dificuldades, isto é, promovendo a autorregulação das aprendizagens (Freitas, 2024). Este *feedback* ganha ainda mais relevância no contexto da formação inicial de professores, pois os futuros professores estão a construir o seu conhecimento didático, encontrando-se ainda no início do desenvolvimento do seu conhecimento dos alunos e dos seus processos de aprendizagem. Para estes, a avaliação formativa constitui uma ferramenta essencial de reflexão e regulação, permitindo compreender melhor o impacto das suas decisões pedagógicas e melhorar progressivamente a sua prática.

Lopes e Silva (2020), apresentam um conjunto de ferramentas de avaliação formativa que poderão ser utilizadas para avaliar os alunos. As planificações disponibilizadas no capítulo 4 “Propostas didáticas” incluem exemplos práticos de ferramentas de avaliação formativa.

Desenvolvimento da aula

O campo da planificação relativo ao desenvolvimento da aula relaciona-se diretamente com o conhecimento do professor sobre a prática letiva e subdivide-se em quatro fases, de acordo com o modelo das práticas de ensino exploratório: Introdução da tarefa, Realização da tarefa, Discussão da tarefa e Sistematização das aprendizagens matemáticas. No modelo de planificação proposto, dentro de cada fase, são apresentados três campos: Desenvolvimento da aula; Promoção da aprendizagem matemática; Gestão da aula. Esta parte da planificação faz referência ao quadro conceptual das práticas de ensino exploratório apresentado no capítulo 2 “Práticas de Ensino Exploratório”.

A seguir, detalhamos o conteúdo de cada uma dessas partes. Para uma melhor compreensão do conteúdo desta parte da planificação, devem ser consultadas as definições e os aspetos a considerar em cada uma das quatro fases, bem como as ações de promoção da aprendizagem matemática e de gestão da aula, disponíveis no capítulo 2 “Práticas de Ensino Exploratório”.

Fase da aula (Tempo)	Descrição do desenvolvimento da aula	
Introdução da tarefa (_ minutos)	Desenvolvimento da aula	
	Devem ser descritas as ações que o professor irá realizar durante a apresentação das tarefas, explicando o contexto, os objetivos e as ferramentas que os alunos irão utilizar.	
	Promoção da aprendizagem matemática	Gestão da aula
	Devem ser definidas as ações que o professor pretende desenvolver para garantir que ocorra a aprendizagem por parte dos alunos, como a familiarização dos alunos com o contexto da tarefa (apresentação das ferramentas), o esclarecimento da interpretação da tarefa, a apresentação dos objetivos, o estabelecimento de conexões com experiência anterior e a necessidade de desafiar os alunos para o trabalho.	Devem ser definidas as ações relacionadas com a gestão deste momento da aula. São definidas as formas de organização do trabalho dos alunos e a organização dos materiais da aula.
Realização da tarefa (_ minutos)	Desenvolvimento da aula	
	Devem ser descritas as ações que o professor irá realizar durante a realização da tarefa, como observar e fornecer a orientação necessária para promover o desenvolvimento das tarefas e garantir que os alunos trabalham de forma colaborativa. Deve ser especificado como irá observar os alunos, como irá orientá-los ou se irá fazer registos e como.	
	Promoção da aprendizagem matemática	Gestão da aula
	Devem ser definidas as ações que o professor pretende desenvolver para garantir que ocorra a aprendizagem por parte dos alunos, como garantir o desenvolvimento da tarefa pelos alunos, registar as questões que irá fazer durante a orientação e as pistas, representações e ideias que irá sugerir. Deve ainda ser descrito como irá manter o desafio cognitivo e autonomia dos alunos.	Devem ser definidas as ações relacionadas com a gestão deste momento da aula, como as ações que irão promover o trabalho de pares/grupos e como irá regular as interações entre alunos. Também deve ser esclarecido se irá pedir registos escritos e fornecer materiais, e como irá organizar a discussão.

Discussão da tarefa (_ minutos)	Desenvolvimento da aula	
	Devem ser descritas as ações que o professor irá realizar durante a discussão das tarefas. Deve ser descrito como serão partilhadas e discutidas as diferentes estratégias e soluções encontradas pelos diferentes grupos.	
	Promoção da aprendizagem matemática	Gestão da aula
	Devem ser definidas as ações que o professor pretende desenvolver para garantir que ocorra a aprendizagem por parte dos alunos. Deve ser descrito como será promovida qualidade matemática das apresentações dos alunos, especificando se irão ser pedidas explicações e justificações e como serão feitas. Como serão reguladas as interações entre os alunos, indicando o tipo de questões que serão colocadas.	Devem ser definidas as ações relacionadas com a gestão deste momento da aula. Estas ações podem ser consultadas no quadro conceptual apresentado no capítulo 2 “Práticas de Ensino Exploratório”.
Sistematização das aprendizagens matemáticas (_ minutos)	Desenvolvimento da aula	
	Devem ser descritas as ações que o professor irá realizar durante a sistematização das aprendizagens matemáticas, especificando como será realizada a sistematização.	
	Promoção da aprendizagem matemática	Gestão da aula
	Devem ser definidas as ações que o professor pretende desenvolver para garantir que ocorra a aprendizagem por parte dos alunos, especificando como irá institucionalizar as ideias ou procedimentos relativos aos conteúdos trabalhados.	Devem ser definidas as ações relacionadas com a gestão deste momento da aula, especificando como irá realizar a sistematização e que ações irão ter o professor e os alunos.

Capítulo 4

Propostas Didáticas

Neste capítulo serão apresentadas propostas didáticas concebidas de acordo com as práticas de ensino exploratório, com o objetivo de promover o desenvolvimento do Pensamento Computacional através da exploração de diferentes temas matemáticos. Cada proposta didática inclui uma planificação estruturada segundo o modelo de planificação criado, bem como um conjunto de recursos necessários à sua implementação. As situações problemáticas presentes nas folhas de exploração, dirigidas ao 1.º Ciclo do Ensino Básico, foram retiradas ou adaptadas de Mestre et al. (2023), Canavarro et al. (2022) e Santos et al. (2022). Já as tarefas de avaliação formativa, sugeridas no final de cada proposta, foram retiradas ou adaptadas de Lopes e Silva (2020).

Peças Diferentes, Formas Iguais!

A Proposta Didática 1 “Peças Diferentes, Formas Iguais!” destina-se ao 1.º ano de escolaridade e integra o uso do *Tangram* para explorar o conceito de figuras congruentes. Para a implementação desta proposta recomenda-se a exploração prévia do *Tangram* por parte dos alunos. Esta exploração vai permitir que os alunos explorem as peças e compreendam as suas formas e possibilidades de encaixe. Esta fase inicial promove a familiarização com o material e estimula a curiosidade e a experimentação. Durante a tarefa, o professor deve incentivar os alunos a comparar as peças entre si, identificando semelhanças e diferenças entre as formas construídas, bem como a encontrar mais opções para a resolução da tarefa. É importante que as questões colocadas durante a exploração permitam aos alunos a

identificação do conceito de congruência. Sugere-se ainda que a tarefa seja realizada em pequenos grupos, de modo a favorecer a comunicação entre os alunos e a partilha de estratégias de resolução. Depois de realizada a tarefa deve ser feita a discussão coletiva das descobertas dos alunos, reforçando o conceito de figuras congruentes através da identificação dos quadrados com o mesmo tamanho. A situação problemática presente na folha de exploração desta proposta foi adaptada da Tarefa 35 “Descobrir quadrados com o *tangram*” de Canavarro et al. (2022).

Proposta de planificação

A tabela seguinte apresenta a planificação da proposta didática “Peças Diferentes, Formas Iguais!”, estruturada com base no modelo de planificação criado, seguindo a metodologia de uma prática de ensino exploratório.

Ano de escolaridade	Área curricular	Duração
1.º ano	Matemática	90 minutos

Conhecimentos prévios	Recursos
Reconhecer triângulos e quadrados; Saber distinguir o que é diferente do que é igual ou semelhante.	Fotocópias da folha de exploração Folhas brancas (2 por grupo) 1 lápis, 1 borracha e 1 caneta (por aluno) 1 <i>Tangram</i> por grupo Folha de sistematização Tarefa de Avaliação Formativa – Tarefa 3-2-1

Tema		Tópico	Subtópico	Objetivo de aprendizagem	A. C. Perfil dos Alunos
Tema matemático	Geometria e medida	Figuras planas	Polígonos elementares, círculo e outras figuras	Reconhecer figuras congruentes, usando diferentes estratégias para explicar as suas ideias.	<p>A –</p> <p>Línguas e textos</p> <p>B –</p> <p>Informação e comunicação</p> <p>C –</p> <p>Raciocínio e resolução de problemas</p> <p>E –</p> <p>Relacionamento interpessoal</p>
Capacidades matemáticas		Pensamento computacional	Abstração	Extrair a informação essencial de um problema.	
			Decomposição	Estruturar a resolução de problemas por etapas de menor complexidade de modo a reduzir a dificuldade do problema.	
			Reconhecimento de padrões	Reconhecer ou identificar padrões no processo de resolução de um problema e aplicar os que se revelam eficazes na resolução de outros problemas semelhantes.	
			Algoritmia	Desenvolver um procedimento passo a passo (algoritmo) para solucionar um problema de modo a que este possa ser implementado.	
			Depuração	Procurar e corrigir erros, testar, refinar e otimizar uma dada resolução apresentada.	
		Raciocínio matemático	Conjeturar e generalizar	Formular e testar conjecturas/generalizações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos em estudo	
			Classificar	Classificar objetos atendendo às suas características	

Avaliação da aula		
Tarefa de Avaliação Formativa – Tarefa 3-2-1		
Fase da aula (Tempo)	Descrição do desenvolvimento da aula	
Introdução da tarefa (15 minutos)	Desenvolvimento da aula	
	<p>Entrega dos enunciados da situação problemática. Leitura do enunciado da situação problemática por parte da professora. Roda de ideias sobre os conhecimentos prévios dos alunos (identificação de formas geométricas e as suas características) Entrega 2 <i>tangrams</i> a cada grupo de 2 alunos (pares) Solicitação aos alunos que realizem a figura presente no enunciado da situação problemática (quadrado com 7 peças)</p>	
	Promoção da aprendizagem matemática	Gestão da aula
	<p>Garantir a apropriação da tarefa pelos alunos:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Familiarizar com o contexto da tarefa (apresentar os <i>tangrams</i> e o enunciado) - Pedir aos alunos que partilhem o que sabem sobre formas geométricas e suas características. - Ler o enunciado e garantir que todos compreendem o que é solicitado (construir um quadrado com 7 peças. 	<ul style="list-style-type: none"> - Organizar os alunos em pares (2 alunos por grupo), garantindo que cada grupo tenha 2 <i>tangrams</i> e 1 enunciado.
Realização da tarefa (30 minutos)	Desenvolvimento da aula	
	<p>Os alunos exploram o <i>Tangram</i> autonomamente durante 5 minutos. Após a exploração a professora relê o enunciado e esclarece eventuais dúvidas. Os alunos resolvem a tarefa, sendo que devem manipular as peças do <i>tangram</i>, desenhar os quadrados encontrados assim como as peças que os constituem e recortar os quadrados obtidos.</p>	
	Promoção da aprendizagem matemática	Gestão da aula
	<p>Durante a exploração autónoma, observar os alunos e fazer questões orientadoras como "Que formas geométricas conseguem identificar nas peças do <i>tangram</i>?" (desenvolvimento da abstração) ou "O que acontece se reorganizarem as peças de outra forma?" (desenvolvimento da depuração). Incentivar os alunos a desenharem as figuras à medida que vão manipulando as peças, de modo a visualizarem melhor as soluções e, posteriormente, a recortarem os quadrados que desenharam.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Circular pelos grupos e observar as resoluções; - Garantir o registo escrito ou por desenhos dos alunos; - Identificar e registar resoluções variadas; - Definir a ordem para partilha das resoluções na fase seguinte.

	Incentivar os alunos a comparar os quadrados recortados e a verificar se existem quadrados com o mesmo tamanho (desenvolvimento do reconhecimento de padrões). Incentivar a partilhar com os colegas, colocando questões: "Como podem explicar como formaram essa figura?" ou "Que passos realizaram para formar essa figura" (desenvolvimento da decomposição e da algoritmia)	
Discussão da tarefa (30 minutos)	Desenvolvimento da aula	
	<p>Nas diferentes questões são selecionados diferentes grupos, tendo como critérios de seleção: os erros, as dificuldades e os raciocínios. Para além do grupo selecionado, os restantes comentam de acordo com os seus raciocínios.</p> <p>A discussão é mediada pela professora.</p>	
	Promoção da aprendizagem matemática	Gestão da aula
	<ul style="list-style-type: none"> - Pedir explicações claras da resolução partilhada; - Pedir justificações sobre os resultados e as formas de representação utilizadas; - Incentivar a comparação de resoluções, colocando questões orientadoras: "Alguém gostaria de perguntar ao grupo como chegaram a esta solução?" ou "Alguém tem uma sugestão de como poderiam modificar esta solução?"; - Incentivar a análise confronto e comparação entre as várias resoluções dos alunos. 	<ul style="list-style-type: none"> - Regular as interações entre os alunos; - Pedir registos escritos; - Promover e gerir as participações dos alunos na discussão.
Sistematização das aprendizagens matemáticas (15 minutos)	Desenvolvimento da aula	
	Resolução da folha de sistematização de aprendizagens matemáticas.	
	Promoção da aprendizagem matemática	Gestão da aula
	<p>Sistematizar as aprendizagens adquiridas:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Identificar conceitos abordados ao longo da tarefa, relacionando os quadrados que tinham o mesmo tamanho como sendo "figuras geométricas congruentes". 	<ul style="list-style-type: none"> - Criar ambiente propício para o momento de sistematização; - Distribuir as folhas de sistematização; - Garantir o registo escrito das resoluções.

Recursos

Apresenta-se, de seguida, uma proposta de folha de exploração concebida para a implementação da proposta didática descrita.

Peças Diferentes, Formas Iguais!



Tarefa adaptada de Mestre et al. (2023).

1. Observa o *tangram*. Identifica as peças que têm a mesma forma e tamanho.

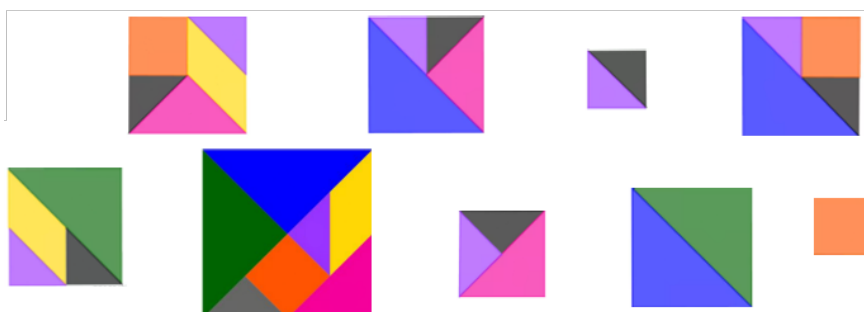
2. As 7 peças do *Tangram* podem formar um quadrado. Descobre outros quadrados que podes construir com essas peças, sendo que, não é necessário utilizar todas as peças. Desenha-os, contorna as peças que utilizaste e recorte os quadrados.

3. Compara os diferentes quadrados que formaste. Identifica que quadrados têm o mesmo tamanho.

Nota: Os campos de resposta apresentados são meramente ilustrativos, devendo ser dado um maior campo de resposta na folha de exploração entregue aos alunos.

De seguida, apresenta-se uma proposta de folha de sistematização destinada a apoiar o processo de sistematização das aprendizagens matemáticas.

Observa os vários quadrados formados com as peças do *tangram*.



1. Liga os quadrados que têm o mesmo tamanho.
2. Completa a frase:

Quando conseguimos sobrepor completamente duas figuras dizemos que são _____, ou seja, têm a mesma _____ e o mesmo _____.

Por último, sugere-se a Tarefa de Avaliação Formativa – 3-2-1, como técnica de avaliação a utilizar na implementação da proposta.

3 coisas que achei interessantes...

2 coisas novas para mim...

1 questão que ainda tenho dúvidas...

Passo a Passo até ao Bolo!

A Proposta Didática 2 “Passo a Passo até ao Bolo!” destina-se ao 2.º ano de escolaridade e integra o uso do robô *Super Doc* para explorar a criação e representação de itinerários bem como a multiplicação no sentido aditivo. Para a implementação desta proposta, recomenda-se que os alunos já tenham conhecimentos prévios dos conceitos de orientação espacial (direita, esquerda, frente e trás). Ainda assim, o professor poderá começar por relembrar estes conceitos através de exemplos concretos, relacionando-os com o movimento do próprio corpo antes da exploração do robô. Deste modo, poderá ser realizado o “Robô Humano” onde os alunos dão instruções que os colegas deverão seguir para efetuar um itinerário (por exemplo: dar dois passos em frente, virar à direita, dar três passos em frente, etc). Para a realização das tarefas os alunos deverão ser organizados em pequenos grupos de forma a facilitar a colaboração e a partilha de ideias. O professor deverá acompanhar o trabalho dos alunos, colocando questões orientadoras de forma a garantir que os alunos compreendem as tarefas a realizar e conseguem registar as resoluções efetuadas. Depois de discutidas as propostas de resolução dos grupos, o professor pode utilizar o *PowerPoint* de sistematização disponibilizado garantindo a institucionalização das ideias matemáticas desenvolvidas ao longo da sessão.

Proposta de planificação

Apresenta-se de seguida a planificação da proposta didática “Passo a Passo até ao Bolo!”, estruturada de acordo com o modelo de planificação criado e

orientada para o desenvolvimento de aprendizagens através de uma prática de ensino exploratório.

Ano de escolaridade	Área curricular	Duração
2.º ano	Matemática	90 minutos

Conhecimentos prévios	Recursos
Reconhecer conceitos de orientação espacial (direita, esquerda, frente e trás).	<p>Folha de Exploração com uma receita de bolo</p> <p>Folha de Exploração com as tarefas</p> <p>PowerPoint de Sistematização das aprendizagens</p> <p>4 robôs <i>Super Doc</i> + 4 Tapetes pedagógicos</p> <p>Material de escrita</p> <p>Tarefa de Avaliação Formativa – Cartões</p> <p>Semáforo</p>

Tema	Tópico	Subtópico	Objetivo de aprendizagem	A. C. Perfil dos Alunos
Tema matemático	Geometria e medida	Orientação espacial	Itinerários	<p>Criar e representar itinerários, usando os termos “virar à direita”, “virar à esquerda”, “para cima”, “para baixo” e “para a frente”, para chegar ao seu objetivo.</p>
	Números	Multiplicação	Significado e usos da multiplicação	
Capacidades matemáticas	Pensamento computacional	Abstração	Extrair a informação essencial de um problema.	<p>B – Informação e comunicação</p> <p>C – Raciocínio e resolução de problemas</p> <p>D – Pensamento crítico e pensamento criativo</p> <p>E – Relacionamento interpessoal</p>
		Decomposição	Estruturar a resolução de problemas por etapas de menor complexidade de modo a reduzir a dificuldade do problema.	
		Reconhecimento de padrões	Reconhecer ou identificar padrões no processo de resolução de um problema e aplicar os que se revelam eficazes na resolução de outros problemas semelhantes.	
		Algoritmia	Desenvolver um procedimento passo a passo (algoritmo) para solucionar um problema de modo a que este possa ser implementado.	

		Depuração	Procurar e corrigir erros, testar, refinar e otimizar uma dada resolução apresentada.	
	Comunicação matemática	Expressão de ideias	Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito.	
		Discussão de ideias	Ouvir os outros, questionar e discutir as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumentos.	
	Representações matemáticas	Conexões entre representações	Estabelecer conexões e conversões entre diferentes representações relativas às mesmas ideias/processos matemáticos.	

Avaliação da aula		
Tarefa de Avaliação Formativa - Cartões Semáforo		
Fase da aula (Tempo)	Descrição do desenvolvimento da aula	
Introdução da tarefa (15 minutos)	Desenvolvimento da aula	
	<p>Organização dos alunos por quatro grupos de quatro ou cinco elementos. Diálogo sobre o texto da receita de bolo (abordado numa aula anterior). Entrega das folhas de exploração a cada grupo. Apresentação das tarefas relativas à folha de exploração. Diálogo sobre os cuidados a ter no manuseamento dos robôs e dos tapetes pedagógicos.</p>	
	Promoção da aprendizagem matemática	Gestão da aula
	<ul style="list-style-type: none"> - Relembrar a receita trabalhada; - Esclarecer a interpretação da tarefa. - Relembrar os cuidados a ter com os robôs e com os tapetes pedagógicos: "Não riscar nem sujar os tapetes pedagógicos". "O robô deve ser manuseá-lo com cuidado." "Atenção às indicações que dão ao robô para que ele não caia e se parta." 	<p>Organizar a sala:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Dividir a sala, por quatro ilhas; - Distribuir um robô e 1 tapete por cada ilha. - Organizar os alunos, tendo em conta o seu ritmo de aprendizagem, formando grupos heterogêneos, tendo em consideração os alunos que apresentam Necessidades Específicas, integrando-os em grupos com alunos cujo ritmo de aprendizagem e a capacidade de raciocínio são mais desenvolvidos. - Distribuir as folhas de exploração.

Realização da tarefa (30 minutos)	Desenvolvimento da aula	
	<p>Os alunos resolvem as tarefas da folha de exploração, em grupo, sabendo que todos os elementos devem participar ativamente. Em cada grupo é importante haver boa comunicação, partilha de conhecimento e chegar a um consenso de forma a decidirem a resposta que melhor se adequa à questão colocada.</p> <p>A professora circula pela sala de forma a observar os diferentes raciocínios dos alunos e a esclarecer eventuais dúvidas, para ir selecionando os grupos que irão apresentar as suas resoluções.</p>	
	Promoção da aprendizagem matemática	Gestão da aula
	<ul style="list-style-type: none"> - Garantir o desenvolvimento da tarefa pelos alunos: - Realizar questões orientadoras para cada tarefa: <p>Tarefa 1 (desenvolvimento da abstração, da decomposição e da algoritmia)</p> <p>“Que ingredientes têm de recolher?”</p> <p>“Qual é o caminho que vão fazer?”</p> <p>“Já pensaram nos passos todos que têm de realizar? E como é que os vão representar?”</p> <p>“Seguiram todas as indicações?”</p> <p>“Conseguiram fazer o caminho que tinham pensado com o robô?”</p> <p>Tarefa 2 e 2.1 (desenvolvimento do reconhecimento de padrões e da depuração)</p> <p>“Que outros bolos pensaram fazer?”</p> <p>“Que ingredientes precisam?”</p> <p>“Porquê esse bolo e não outro?”</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Circular pelos grupos e observar as resoluções; - Incentivar a interação entre os elementos do grupo; - Relembrar que é pretendido que trabalhem em grupo, contribuindo para a resolução da situação problemática. - Reforçar a importância de registarem o seu raciocínio na folha de exploração. - Identificar e selecionar as diversas resoluções (diferentes raciocínios e dificuldades) para posterior discussão e apresentação das respostas.

	<p>“Apanharam todos os ingredientes para o vosso bolo?”</p> <p>“Já pensaram nos passos todos que têm de realizar? E como é que os vão representar?”</p> <p>Tarefa 3 (desenvolvimento da depuração)</p> <ul style="list-style-type: none"> - Que ingredientes ainda ficaram no tapete? - Conseguem fazer um bolo diferente com esses ingredientes? Seria um bolo de quê? <p>Tarefa 4 (desenvolvimento do Reconhecimento de padrões)</p> <p>“O que significa “em comum”?”</p> <p>“Quais são os ingredientes em comum?”</p>	
Discussão da tarefa (30 minutos)	Desenvolvimento da aula	
	<p>Nas diferentes questões são selecionados diferentes grupos, tendo como critérios de seleção: os erros, as dificuldades e os raciocínios. Para além do grupo selecionado, os restantes comentam de acordo com os seus raciocínios.</p> <p>A discussão é mediada pela professora.</p>	
	Promoção da aprendizagem matemática	Gestão da aula
	<ul style="list-style-type: none"> - Pedir que clarifiquem e justifiquem as suas resoluções; - Incentivar as interações entre o grupo a apresentar e os restantes grupos; - Questionar os alunos sobre os diferentes raciocínios utilizados para a mesma pergunta: 	<ul style="list-style-type: none"> - Criar ambiente propício à apresentação e discussão das resoluções. - Definir uma ordem de apresentação. - Informar que o grupo a apresentar deve explicar o seu raciocínio de forma clara.

	<p>“Todos os grupos pensaram desta forma?”</p> <p>“Algun grupo tem uma resolução diferente?”</p> <p>“Encontraram mais soluções?”</p> <p>- Incentivar os alunos a comparem as diversas soluções apresentadas pelos grupos.</p>	<p>- Promover e gerir as participações dos alunos na discussão.</p>
<p>Sistematização das aprendizagens matemáticas</p> <p>(15 minutos)</p>	Desenvolvimento da aula	
	<p>Sistematização das funcionalidades do robô através de um <i>PowerPoint</i>, apresentação das propostas de resolução das professoras e comparação com as resoluções partilhadas.</p> <p>Registo das resoluções apresentadas.</p>	
	Promoção da aprendizagem matemática	Gestão da aula
	<p>Sistematizar as aprendizagens adquiridas:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Clarificar as funcionalidades do robô (setas, lixo, estrela, on/off); - Relacionar a orientação espacial com a realidade (o nosso corpo) e o robô através de exemplos concretos; - Evidenciar que existem diferentes raciocínios (corretos) para a resolução de uma tarefa. 	<ul style="list-style-type: none"> - Criar ambiente propício para o momento de sistematização; - Distribuir folhas para registo das resoluções; - Projetar as resoluções das tarefas; - Garantir o registo escrito das propostas de resolução.

Recursos

Apresenta-se em seguida uma proposta de folha de exploração com uma receita de bolo a utilizar como tema indutor da proposta didática.

Receita de Bolo de Laranja

Para esta atividade, vamos precisar de:

- Seis ovos
- Uma chávena de açúcar branco
- Duas chávenas de farinha
- Uma colher de sopa de fermento em pó
- Sumo e raspa de uma laranja

Preparação:

1. Separar as gemas das claras.
2. Bater as gemas com o açúcar.
3. Juntar o sumo da laranja e a farinha. Continuar a bater.
4. Adicionar a raspa da laranja e o fermento. Continuar a bater.
5. Bater as claras até ficarem em castelo e juntar ao preparado.
6. Levar ao forno a 180° C durante 40 minutos.

De seguida, apresenta-se uma proposta de folha de exploração destinada a orientar a implementação da proposta didática em contexto de sala de aula.

Observa a figura abaixo onde está representado o tapete do robô *Super Doc* e a casa de partida para o robô.



- Qual é o caminho que tens de fazer para recolheres todos os ingredientes necessários para o teu bolo? No final, não te esqueças que o bolo tem de ir para forno!

Planeia aqui os passos que tens de dar:

1.º passo _____

2.º passo _____

3.º passo _____

Agora, utiliza o robô para fazer o caminho que pensaste na questão anterior.

2. Que outro bolo podes fazer? Com que ingredientes?

- 2.1 Recolhe todos os ingredientes que necessitas para fazeres o bolo que escolheste.

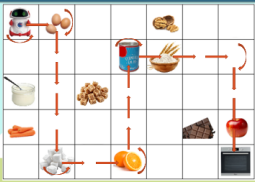
3. Achas que conseguias fazer outros bolos com os ingredientes que estão no tapete?

Se sim, quais?

4. O que têm em comum esses bolos?

Nota: Os campos de resposta apresentados são meramente ilustrativos, devendo ser dado um maior campo de resposta na folha de exploração entregue aos alunos.

De forma a sistematizar as aprendizagens matemáticas desenvolvidas com esta proposta didática, apresenta-se uma proposta de PowerPoint de Sistematização.

<h3>Exploração do Robô SuperDoc</h3> <div>O robô tem um botão que o liga e desliga.</div> <div>Tem setas que nos permitem andar para a frente (laranja) e para trás (amarela).</div>	<p>Tem setas que permitem que o robô gire para a esquerda (roxa) e para a direita (azul). O botão do OK (verde) serve para o robô cumprir com as indicações dadas.</p> <p>O botão do "lixo" serve para apagar as indicações dadas.</p>
<h3>Exemplo de caminho percorrido pelo robô</h3> 	<ol style="list-style-type: none">1.º Passo: Girar para a esquerda;2.º Passo: Andar um passo para a frente e apanhar os ovos;3.º Passo: Girar para a direita;4.º Passo: Andar quatro passos para a frente e apanhar o açúcar;5.º Passo: Girar para a esquerda;6.º Passo: Andar dois passos para a frente e apanhar a laranja;
<ol style="list-style-type: none">7.º Passo: Girar para a esquerda;8.º Passo: Andar três passos para a frente e apanhar o fermento;9.º Passo: Girar para a direita;10.º Passo: Andar um passo para a frente e apanhar a farinha;11.º Passo: Andar um passo para a frente;12.º Passo: Girar para a direita;13.º Passo: Andar três passos para a frente e chegar ao forno.	<h3>2. Que outro bolo podes fazer? Com que ingredientes?</h3> <p>O outro bolo que posso fazer é o de maçã, com os seguintes ingredientes: maçã, farinha de aveia, fermento, ovos, açúcar mascavado e óleo de coco.</p>

<p>3. Achas que conseguias fazer outros bolos com os ingredientes que estão no tapete? Se sim, quais?</p> <p>Sim, ainda consigo fazer o bolo de maçã, o de chocolate, o de iogurte, o de cenoura e, também, o de noz.</p>	<p>4. O que têm em comum esses bolos?</p> <p>Os ingredientes que os bolos têm em comum, são: os ovos, a farinha, o açúcar e o fermento.</p>
---	---

Para terminar, apresenta-se uma de Tarefa de Avaliação Formativa que foi adaptada para a implementação desta proposta didática.

<p>Verde: Uma coisa que compreendi muito bem.</p> <hr/> <hr/> <hr/>
<p>Amarelo: Uma coisa que compreendi mais ou menos e que gostaria de aprender melhor.</p> <hr/> <hr/> <hr/>
<p>Vermelho: Uma coisa que não compreendi e que preciso de ajuda.</p> <hr/> <hr/> <hr/>

De estação em estação: Jogar, Registrar e Aprender!

A Proposta Didática 3 destina-se ao 2.º ano de escolaridade e visa a exploração de itinerários, bem como a leitura e interpretação de plantas, promovendo a interdisciplinaridade da matemática com a atividade física. Parta desta proposta é realizada fora da sala de aula, pelo que, é necessário a existência de um espaço amplo para criar “estações” que os alunos irão percorrer. Durante a primeira parte da sessão, os alunos serão organizados em grupos de quatro ou cinco elementos e deverão percorrer diferentes estações de jogos, registrando os caminhos que percorrem. Dado que as estações envolvem atividade física, recomenda-se uma supervisão redobrada do professor e, se possível, a colaboração de auxiliares de ação educativa. Ao longo da realização dos percursos, recomenda-se que o professor vá acompanhando os grupos e incentive o registo das estações que percorrem uma vez que este registo será essencial para a segunda parte da sessão. Na segunda parte da sessão, já na sala de aula, o professor deve colocar questões orientadores de forma a garantir que os alunos compreendem o que lhes esta a ser questionado. Depois da discussão e partilha das resoluções efetuadas, o professor poderá utilizar a folha de sistematização disponibilizada para sistematizar as aprendizagens matemáticas desenvolvidas ao longo da aula.

Proposta de planificação

A planificação para a proposta didática “De estação em estação: Jogar, Registrar e Aprender!” é apresentada na tabela seguinte, organizada segundo

o modelo de planificação criado e baseada na metodologia das práticas de ensino exploratório.

Ano de escolaridade	Área curricular	Duração
2.º ano	Matemática	120 minutos

Conhecimentos prévios	Recursos
<p>Identificar e descrever regularidades em sequências;</p> <p>Descrever a posição relativa de pessoas.</p>	<p>Quadro e Giz;</p> <p>Lápis, borracha e caneta (por aluno)</p> <p>Folha de exploração;</p> <p>Três cordas;</p> <p>Cinco arcos;</p> <p>Cinco bolas;</p> <p>Tarefa de Avaliação Formativa – Tarefa 3-2-1 (adaptação)</p>

Tema		Tópico	Subtópico	Objetivo de aprendizagem	A. C. Perfil dos Alunos
Tema matemático	Geometria e medida	Orientação espacial	Itinerários	Criar, representar e comparar itinerários.	B - Informação e comunicação C - Raciocínio e resolução de problemas D - Pensamento crítico e pensamento criativo E - I
			Vistas e Plantas	Ler e interpretar plantas.	
Capacidades matemáticas		Pensamento computacional	Abstração	Extrair a informação essencial de um problema.	
			Decomposição	Estruturar a resolução de problemas por etapas de menor complexidade de modo a reduzir a dificuldade do problema.	
			Reconhecimento de padrões	Reconhecer ou identificar padrões no processo de resolução de um problema e aplicar os que se revelam eficazes na resolução de outros problemas semelhantes.	
			Algoritmia	Desenvolver um procedimento passo a passo (algoritmo) para solucionar um problema de modo a que este possa ser implementado.	
			Depuração	Procurar e corrigir erros, testar, refinar e otimizar uma dada resolução apresentada.	
		Resolução de problemas	Processo	Reconhecer e aplicar as etapas do processo de resolução de problemas.	

		Estratégia	Reconhecer a correção, a diferença e a eficácia de diferentes estratégias da resolução de um problema.	
--	--	------------	--	--

Avaliação da aula		
Tarefa de Avaliação Formativa - Tarefa 3-2-1 (adaptação)		
Fase da aula (Tempo)	Descrição do desenvolvimento da aula	
Introdução da tarefa (20 minutos)	Desenvolvimento da aula	
	Na sala de aula, as professoras explicam aos alunos que irão para a rua realizar algumas tarefas. Os alunos, em grupos, levantam-se e formam uma fila única na porta da sala para se deslocarem até ao exterior.	
	Promoção da aprendizagem matemática	Gestão da aula
	-Familiarizar com o contexto da tarefa; - Esclarecer a interpretação da tarefa; - Estimular o trabalho colaborativo; - Desafiar para o trabalho.	- Estipular tempos para o trabalho a desenvolver em cada uma das fases da aula; - Definir formas de organização do trabalho - grupos de quatro e cinco elementos; - Organizar materiais de aula.
Realização da tarefa	Desenvolvimento da aula	

<p>(50 minutos)</p>	<p>Ao chegar ao espaço exterior, é explicado aos alunos que terão de ir a quatro estações que têm diferentes jogos.</p> <p>Um dos jogos é o da “Mosca”, sendo que neste estão três cordas no chão, espaçadamente, e os alunos terão de saltar sobre as mesmas sem lhes tocar e onde ficar o calcanhar da criança é onde se move a corda extrema, aumentando o espaço do salto e, consequentemente, a dificuldade. Neste jogo, deverão saltar primeiramente ao pé-coxinho, depois a pés juntos e, por último, saltar com passos largos. O outro jogo é o das cadeiras adaptado, pois será com arcos. Estes encontram-se dispostos de forma aleatória e os alunos deverão deslocar-se num espaço delimitado com deslocamentos orientados pelas professoras: pé-coxinho direito e esquerdo, pés juntos, cócoras e caranguejo. Deverão circular nestas formas enquanto ouvem uma música e quando esta é parada, com o mesmo deslocamento, deverão colocar-se dentro de um arco. Estes vão sendo retirados, um a um, em cada ronda, restando apenas um arco e duas crianças, pois a que não conseguir ficar num, será “eliminada” do jogo, aumentando assim o grau de dificuldade. O jogo da outra estação será o dos passes, onde os alunos trocam a bola entre eles, sendo que serão acrescentadas bolas ao jogo, uma de cada vez, e, por isso, será promovida a concentração e atenção dos alunos, pois havendo mais do que uma bola, nem todos estarão disponíveis para a receber. O último jogo é o da “macaca”, usando o desenho que a escola tem no chão. O jogo será igual ao tradicional, acrescentando apenas diferentes formas de se deslocarem, sendo que para além do pé-coxinho, deverão fazê-lo a pés juntos, a “tesoura” e passada lateral, aumentando uma vez mais o nível de dificuldade. Os grupos terão de ir a todas as estações e para as concretizar, deverão começar todos no ponto “P” (portão) e depois, simultaneamente, cada um tem de ir para uma estação (cada uma designada com uma letra: A, B, C e D). No entanto, os grupos só podem passar pela mesma estação uma única vez. Cada vez que chegarem a uma estação, deverão, na folha de exploração, registar o caminho que percorreram até chegar a essa.</p> <p>No fim de terem concluído as quatro estações, os grupos voltarão para a sala de aula e devem acabar de responder à folha de exploração.</p>
---------------------	---

	Promoção da aprendizagem matemática	Gestão da aula
	<ul style="list-style-type: none"> - Promover o registo dos caminhos percorridos nas folhas de exploração; - Incentivar a exploração do sequenciamento numérico na ordem das estações visitadas; - Pedir clarificações e justificações; - Desafiar todos os alunos a realizarem percursos diferentes; - Colocar questões orientadoras para cada tarefa da folha de exploração: <p>Tarefa 1</p> <p>Tarefa 1.2 (desenvolvimento da abstração)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Que regras que tinham de respeitar? <p>Então o que dizia no enunciado que foi importante para conseguirem realizar a tarefa? Sublinhem o que foi importante.</p> <p>Tarefa 1.3. (desenvolvimento da algoritmia)</p> <ul style="list-style-type: none"> • De que forma podem registar os passos que percorreram? O que fizeram em primeiro lugar? E depois disso? <p>Tarefa 1.4. (desenvolvimento da depuração)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Será que só existia essa possibilidade de caminho a percorrer? <p>Que outros percursos podiam ter realizado?</p> <p>Tarefa 1.4.1 (desenvolvimento do reconhecimento de padrões)</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Organizar o percurso e as estações; - Orientar os alunos para que apenas possa estar um grupo em cada estação; - Explicar de forma clara o jogo a realizar em cada estação; - Observar o desempenho dos grupos, intervindo conforme seja necessário; - Regular as interações entre os alunos; - Pedir registos escritos; - Fornecer materiais a usar – folha de exploração; - Lembrar que estão a trabalhar em grupo, por isso, devem discutir as respostas em conjunto; - Alertar para o tempo restante de resolução da tarefa; - Identificar e selecionar resoluções variadas para a fase de discussão.

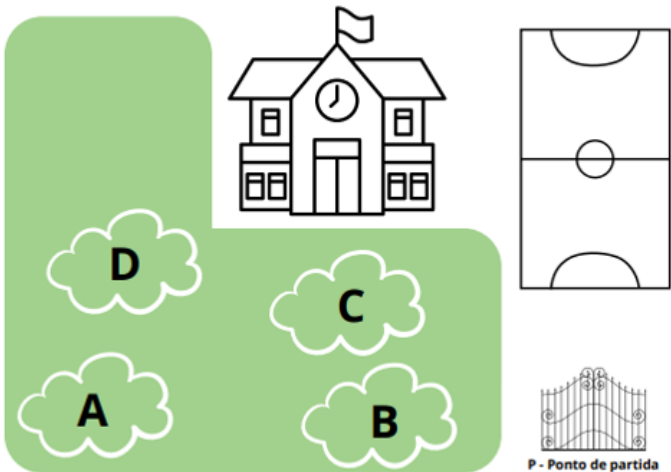
	<ul style="list-style-type: none"> • De entre essas outras possibilidades, há alguma coisa em comum/que se repete? O que? <p>Tarefa 1.5. (desenvolvimento da depuração)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tentem percorrer estes caminhos na planta da escola, conseguem percorrer todos? Porque é que conseguem/ não conseguem? 	
Discussão da tarefa (40 minutos)	Desenvolvimento da aula	
	<p>Será discutido, com a turma, qual o caminho que cada grupo realizou e se estão todos corretos, pois se algum grupo tiver repetido uma estação, significa que não cumpriu a regra. Após isso, através da questão-orientadora “Será que podiam ter ido por outros caminhos?” deverão ser exploradas as soluções que existem.</p> <p>Será efetuada a partilha das resoluções efetuadas pelos grupos na folha de exploração.</p>	
	Promoção da aprendizagem matemática	Gestão da aula
	<ul style="list-style-type: none"> - Pedir explicações claras das resoluções; - Pedir justificações sobre os resultados e as formas de representação utilizadas; - Incentivar o questionamento para clarificação de ideias apresentadas ou esclarecimento de dúvidas; - Incentivar análise, confronto e comparação entre as resoluções; - Identificar e colocar à discussão erros matemáticos das resoluções. 	<ul style="list-style-type: none"> - Dar por terminado o tempo de resolução da tarefa pelos alunos; - Facilitar a discussão através da organização, garantindo a participação de todos os alunos; - Promover atitude de respeito e interesse genuíno pelos diferentes trabalhos apresentados; - Orientar os alunos a registarem os percursos que o grupo que está a apresentar realizou;

	<ul style="list-style-type: none"> - Colocação de questões orientadoras: <ul style="list-style-type: none"> • Quantos caminhos criaram? • Como podemos verificar as soluções? • Será que existem mais hipóteses? 	<ul style="list-style-type: none"> - Direcionar a discussão para a preparar a transição para a próxima fase da aula.
<p>Sistematização das aprendizagens matemáticas</p> <p>(10 minutos)</p>	Desenvolvimento da aula	
	<p>De modo a sistematizar as aprendizagens matemáticas, será distribuída uma folha de sistematização que será realizada em grupo.</p> <p>A aula termina com a realização da Tarefa de Avaliação Formativa – Tarefa 3-2-1 (adaptação).</p>	
	Promoção da aprendizagem matemática	Gestão da aula
	<ul style="list-style-type: none"> - Colocar questões orientadoras: <ul style="list-style-type: none"> • Reconhecem algumas semelhanças entre as resoluções apresentadas pelos grupos? - Desafiar os alunos a sugerirem mais percursos de modo a encontrarem o maior número possível de percursos; - Sistematizar as aprendizagens através de uma folha de exploração; - Identificar conceito(s) matemático(s), clarificar a sua definição e explorar representações múltiplas; - Identificar procedimento(s) matemático(s), clarificar as condições da sua aplicação e rever a sua utilização; - Reforçar aspetos-chave para o seu desenvolvimento. 	<ul style="list-style-type: none"> - Dar por terminado o tempo de resolução da tarefa pelos alunos; - Facilitar a discussão através da organização, garantindo a participação de todos os alunos;

Recursos

De seguida é apresentada uma sugestão de folha de exploração criada como recurso de apoio à concretização da proposta didática descrita.

Planta da Escola



Legenda:

P - Ponto de Partida

Estação A - Jogo dos Arcos

Estação B - Jogo da Mosca

Estação C - Jogo da Macaca

Estação D - Jogo dos Passes

1. Tendo em conta a planta da Escola, o teu grupo deverá passar por todas as estações, começando no ponto P (ponto de partida), não sendo permitido repeti-las.

No exterior:

1.1. Indica a sequência que o teu grupo realizou para percorrer todas as estações.

Na sala de aula:

1.2. Quais as informações mais importantes que o grupo considerou para percorrer todas as estações?

1.3. Indica a sequência de passos que o grupo seguiu para passar em todas as estações.

1.4. Conseguem encontrar mais soluções? Quais?

1.4.1. Que semelhanças identificam nas soluções que encontraram?

1.5. Assinala a alínea que o grupo considera possível de percorrer, seguindo as indicações que foram dadas:

☐ PABCB

☐ PDACD

☐ PBACB

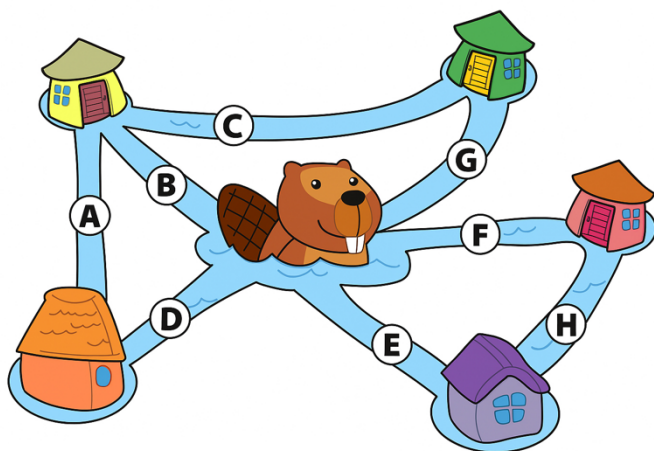
☐ PCABD

1.5.1. Justifica a tua resposta.

Nota: Os campos de resposta apresentados são meramente ilustrativos, devendo ser dado um maior campo de resposta na folha de exploração entregue aos alunos.

Segue-se uma proposta de folha de sistematização, elaborada com o objetivo de sistematizar as aprendizagens matemáticas desta proposta didática.

1. O nosso amigo Castor quer nadar por todos os rios, mas só lhe é permitido passar por cada rio uma única vez.



Tarefa adaptada de Espadeiro (2021).

1.1. Observa o seguinte percurso: D - A - B - G - C - B - E - H - F

1.1.2. O Castor pode nadar seguindo este percurso? Porquê?

1.1.3. Explica qual foi a informação relevante que consideraste para a resposta anterior.

1.2. Cria 2 percursos para o nosso amigo Castor poder nadar pelos rios.

1.2.1. Consegues identificar algum padrão nos percursos que criaste?

Apresenta-se, por último, uma proposta de Tarefa de Avaliação Formativa a utilizar no final da implementação da proposta didática.

1. Indica três coisas que aprendeste nesta aula.

2. Indica dois momentos da aula que tenhas considerado interessantes.

3. Indica uma dificuldade que tenhas sentido nesta aula.

4. Pinta o emoji que corresponde ao teu empenho nesta aula.



Todos a ligar! A Matemática dos telefonemas!

A Proposta Didática 4 destina-se ao 3.º ano de escolaridade e tem como principal objetivo explorar regularidades em sequências de crescimento, promovendo a capacidade de identificar padrões e continuar uma sequência dada. Recomenda-se que os alunos resolvam as tarefas em grupos de quatro ou cinco elementos, permitindo a aprendizagem colaborativa e a troca de ideias. No decorrer da realização da tarefa, se forem observadas dificuldades nos alunos, recomenda-se que o professor incentive os alunos a simularem os telefonemas entre os elementos do grupo, por exemplo, dando apertos de mão entre si. Para sistematização das aprendizagens matemáticas sugere-se a utilização da folha de sistematização disponibilizada que auxiliará os alunos a compreender as relações numéricas exploradas ao longo da tarefa. A situação problemática presente na folha de exploração desta proposta foi adaptada da Tarefa 21 “Quantos telefonemas?” de Canavarro et al. (2022).

Proposta de planificação

A planificação da proposta didática “Todos a ligar! A Matemática dos telefonemas!” é apresentada na tabela seguinte, construída com base no modelo de planificação criado.

Ano de escolaridade	Área curricular	Duração
3.º ano	Matemática	90 minutos

Conhecimentos prévios	Recursos
<p>Conhecer números até 100;</p> <p>resolver situações problemáticas com adição e subtração</p>	<p>Fotocópias da folha de exploração</p> <p>Folhas brancas (2 por grupo)</p> <p>1 lápis, 1 borracha e 1 caneta (por aluno)</p> <p>Folha de sistematização</p> <p>Tarefa de Avaliação Formativa – Bilhetes à Saída</p>

Tema		Tópico	Subtópico	Objetivo de aprendizagem	A. C. Perfil dos Alunos
Tema matemático	Álgebra	Regularidades em sequências	Sequências de crescimento	Continuar uma sequência de crescimento respeitando as regularidades identificadas.	<p>A - linguagens e textos</p> <p>B - Informação e comunicação</p> <p>C - Raciocínio e resolução de problemas</p>
	Capacidades matemáticas		Abstração	Extrair a informação essencial de um problema.	
			Decomposição	Estruturar a resolução de problemas por etapas de menor complexidade de modo a reduzir a dificuldade do problema.	
			Reconhecimento de padrões	Reconhecer ou identificar padrões no processo de resolução de um problema e aplicar os que se revelam	

			eficazes na resolução de outros problemas semelhantes.	E – Relaciona- mento interpessoal
		Algoritmia	Desenvolver um procedimento passo a passo (algoritmo) para solucionar um problema de modo a que este possa ser implementado.	
		Depuração	Procurar e corrigir erros, testar, refinar e otimizar uma dada resolução apresentada.	
	Resolução matemático	Conjeturar e generalizar	Formular e testar conjeturas/generalizações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos em estudo	
		Classificar	Classificar objetos atendendo às suas características	

Avaliação da aula	
Tarefa de Avaliação Formativa – Bilhetes à Saída	
Fase da aula (Tempo)	Descrição do desenvolvimento da aula
Introdução da tarefa (15 minutos)	Desenvolvimento da aula
	A aula inicia com a organização dos alunos em grupos. De seguida, a professora entrega dos enunciados da situação problemática, lê as tarefas e esclarece eventuais dúvidas.

	Promoção da aprendizagem matemática	Gestão da aula
	<ul style="list-style-type: none"> - Garantir a apropriação da tarefa pelos alunos; - Esclarecer a interpretação da tarefa - Estabelecer objetivos (o que se quer saber? /o que está a ser pedido?) 	<ul style="list-style-type: none"> - Organizar os alunos, tendo em conta o seu ritmo de aprendizagem, formando grupos heterogéneos de quatro elementos, - Entregar as folhas de exploração. - Preparar materiais complementares (papel, esquemas, lápis).
Realização da tarefa (30 minutos)	Desenvolvimento da aula	
	<p>Durante a realização da tarefa, os alunos trabalham em pequenos grupos, explorando diferentes formas de resolver as tarefas propostas, podendo recorrer a diversos tipos de representações como desenhos, esquemas ou tabelas. A professora circula pela sala, inteirando-se dos raciocínios, colocando questões orientadoras, sem validar as respostas.</p>	
	Promoção da aprendizagem matemática	Gestão da aula
	<ul style="list-style-type: none"> - Garantir que os alunos resolvem as tarefas; - Esclarecer dúvidas; - Realizar questões orientadoras para as tarefas apresentadas <p>Tarefa 1 (desenvolvimento da abstração)</p> <ul style="list-style-type: none"> • O que dizia no enunciado que foi importante para conseguirem realizar a tarefa? Sublinhem o que foi importante. <p>Tarefa 2 (desenvolvimento da algoritmia)</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Circular pelos grupos e observar as resoluções; - Garantir que todos os alunos estão envolvidos na tarefa - Garantir o registo escrito ou por desenhos dos alunos; - Identificar e registar as resoluções variadas; - Definir a ordem para partilha das resoluções na fase seguinte.

	<ul style="list-style-type: none"> • O que fizeram em primeiro lugar para resolver as tarefas? E depois disso? <p>Tarefa 3 (desenvolvimento do reconhecimento de padrões)</p> <ul style="list-style-type: none"> • De entre as três resoluções que efetuaram, há alguma coisa em comum/que se repete? O quê? - Pedir justificações das respostas dos alunos. 	
Discussão da tarefa (30 minutos)	Desenvolvimento da aula	
	Para discussão da resolução das tarefas, cada grupo, selecionado pela professora, dirige-se ao quadro de giz e partilha com os restantes colegas as resoluções efetuadas.	
	Promoção da aprendizagem matemática	Gestão da aula
	<ul style="list-style-type: none"> - Pedir explicações claras das etapas realizadas na resolução das tarefas (desenvolvimento da decomposição); - Pedir justificações sobre as resoluções e as formas de representação utilizadas; - Incentivar a comparação de resoluções; - Incentivar a análise confronto e comparação entre as várias resoluções dos alunos (desenvolvimento da depuração). 	<ul style="list-style-type: none"> - Regular as interações entre os alunos; - Pedir registos escritos; - Promover e gerir as participações dos alunos na discussão.

Sistematização das aprendizagens matemáticas (15 minutos)	Desenvolvimento da aula	
	Os alunos resolvem a folha de sistematização de aprendizagens matemáticas em grande grupo. A aula termina com a resolução da Tarefa de Avaliação Formativa.	
	Promoção da aprendizagem matemática	Gestão da aula
	Sistematizar as aprendizagens adquiridas: - Garantir que os alunos resolvem e compreendem as tarefas da folha de sistematização	- Criar ambiente propício para o momento de sistematização; - Distribuir as folhas de sistematização e a Tarefa de Avaliação Formativa; - Garantir o registo escrito das resoluções

Recursos

Apresenta-se, de seguida, uma proposta de folha de exploração a implementar no âmbito da proposta didática descrita.

<p>Todos a ligar! A Matemática dos telefonemas!</p> <p>Cinco alunos ganharam um concurso. Quando souberam da notícia, telefonaram uns aos outros a felicitarem-se.</p>
--



Tarefa adaptada de Santos et al. (2022)

1. Descobre quantas chamadas tiveram de fazer os cinco amigos para se felicitarem todos entre si...

2. E se fossem seis amigos, quantas chamadas fariam?

3. E se fossem sete amigos, quantas chamadas fariam?

Quando terminares a resolução das tarefas I, II e III, resolve as tarefas seguintes:

1. Sublinha todos os elementos do enunciado que consideraste fundamentais para resolver as tarefas I, II e III.

2. Indica a sequência de procedimentos, passo a passo, que seguiste para resolveres as tarefas.

3. Existem passos em comum entre as resoluções das três tarefas? Indica-os.

Nota: O campo de resposta apresentado é meramente ilustrativo, devendo ser dado um maior campo de resposta na folha de exploração entregue aos alunos.

De forma de sistematizar as aprendizagens, apresenta-se uma proposta de folha de sistematização.

1. Completa as frases seguintes:

Num grupo de cinco amigos, o primeiro amigo vai telefonar a ___ amigos.

O segundo amigo, como já não vai ter de telefonar ao primeiro, vai telefonar a ___ amigos. O terceiro amigo vai telefonar a ___ amigos. O quarto amigo vai telefonar a ___ amigos. O quinto amigo vai telefonar a algum amigo? Justifica. _____

Para calcular o número total de telefonemas devo adicionar:

$$__ + __ + __ + __ = ____$$

2. Liga o grupo de amigos à adição que corresponde aos telefonemas efetuados.

5 amigos	•	•	$5+4+3+2+1$
6 amigos	•	•	$6+5+4+3+2+1$
7 amigos	•	•	$4+3+2+1$

Como técnica de avaliação da aula, apresenta-se uma adaptação da Tarefa de Avaliação Formativa – Bilhetes à Saída.

Hoje, na aula, aprendi...

Hoje, na aula, não compreendi...

Uma questão que tenho sobre a aula é...

Programar para adicionar: O uso dos solos em Portugal!

A Proposta Didática 5 destina-se ao 4.º ano de escolaridade e tem como objetivo a exploração da adição e subtração de números decimais com recurso ao ambiente de programação Scratch. Para esta proposta, onde os alunos deverão estar organizados em pequenos grupos, recomenda-se a exploração do Scratch antes de se iniciar a resolução das tarefas. Neste sentido, disponibiliza-se um guião de exploração do Scratch com instruções simples para o aluno seguir e pequenas tarefas para realizar. Durante toda a sessão, recomenda-se que o professor circule pela sala, garantindo que todos os alunos estão envolvidos na realização das tarefas e compreendem as instruções dadas. O professor deverá ainda incentivar os alunos a registarem, na folha de exploração, os procedimentos realizados e as resoluções efetuadas no Scratch. Este registo permitirá não só a partilha das estratégias com os colegas, mas também a análise do professor e a consulta dos próprios alunos sempre que necessário. Depois da partilha e da discussão das resoluções, o professor deverá sistematizar as aprendizagens matemáticas, garantindo a compreensão da relação entre as resoluções efetuadas no Scratch e a adição e subtração de números decimais, conforme se verifica na folha de sistematização disponibilizada.

Proposta de planificação

A proposta didática “Programar para adicionar: O uso dos solos em Portugal!” encontra-se planificada na tabela seguinte, de acordo com os pressupostos de uma prática de ensino exploratório.

Ano de escolaridade	Área curricular	Duração
4.º ano	Matemática	90 minutos

Conhecimentos prévios	Recursos
Compreender e usar o algoritmo da adição	<p>Guião de Exploração do Scratch</p> <p>Folha de Exploração</p> <p>folha de sistematização</p> <p>Material de escrita</p> <p>Computador</p> <p>Projektor</p> <p>Tarefa de Avaliação Formativa</p>

Tema		Tópico	Subtópico	Objetivo de aprendizagem	A. C. Perfil dos Alunos
Tema matemático	Álgebra	Expressões e relações	Relações numéricas e algébricas	Investigar, formular e justificar conjecturas sobre relações numéricas em contextos diversos.	B – Informação e comunicação
Capacidades matemáticas		Pensamento computacional	Abstração	Extrair a informação essencial de um problema.	C – Raciocínio e resolução de problemas
			Decomposição	Estruturar a resolução de problemas por etapas de menor complexidade de modo a reduzir a dificuldade do problema.	D – Pensamento crítico e pensamento criativo
			Reconhecimento de padrões	Reconhecer ou identificar padrões no processo de resolução de um problema e aplicar os que se revelam	

			eficazes na resolução de outros problemas semelhantes.	E – Relaciona- mento interpessoal	
		Algoritmia	Desenvolver um procedimento passo a passo (algoritmo) para solucionar um problema de modo a que este possa ser implementado.		
		Depuração	Procurar e corrigir erros, testar, refinar e otimizar uma dada resolução apresentada.		
	Comunicação matemática	Expressão de ideias	Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito.		
		Discussão de ideias	Ouvir os outros, questionar e discutir as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumentos.		
	Resolução de problemas	Estratégias	Aplicar e adaptar estratégias diversas		

Avaliação da aula	
Tarefa de Avaliação Formativa	
Fase da aula (Tempo)	Descrição do desenvolvimento da aula
	Desenvolvimento da aula

Introdução da tarefa (20 minutos)	<p>Os alunos são organizados em grupos de quatro ou cinco elementos. Em seguida, são distribuídos os guiões de exploração do Scratch, que os alunos deverão seguir para a exploração da plataforma. Os grupos iniciam então a exploração do Scratch, seguindo as etapas que estão definidas no guião.</p> <p>Por fim, são entregues as folhas de exploração com as tarefas a realizar pelos alunos.</p>	
	Promoção da aprendizagem matemática	Gestão da aula
	<ul style="list-style-type: none"> - Distribuir os guiões e esclarecer dúvidas que possam surgir relativamente às tarefas do guião; - Supervisionar a exploração livre do Scratch, observando estratégias e dificuldades. - Fazer perguntas abertas para promover o raciocínio e a exploração autónoma. - Relacionar a exploração efetuada, através do guião, com as tarefas da folha de exploração, incentivando o reconhecimento de padrões nas resoluções. - Esclarecer a interpretação das tarefas a realizar. 	<ul style="list-style-type: none"> - Organizar os alunos em grupos de 4 ou 5 elementos; - Distribuir os guiões e as folhas de exploração do Scratch; - Garantir que todos os alunos tenham os materiais necessários para a realização das tarefas (computadores, folhas de exploração e material de escrita).
Realização da tarefa (30 minutos)	Desenvolvimento da aula	
	<p>Os alunos resolvem as tarefas da folha de exploração, em grupo, sabendo que todos os elementos devem participar ativamente. Em cada grupo é importante haver boa comunicação, partilha de conhecimento e chegar a um consenso de forma a decidirem a resposta que melhor se adequa à questão colocada.</p>	

	A professora circula pela sala de forma a observar os diferentes raciocínios dos alunos e a esclarecer eventuais dúvidas, para ir selecionando os grupos que irão apresentar as suas resoluções.	
	Promoção da aprendizagem matemática	Gestão da aula
	<ul style="list-style-type: none"> - Garantir que os alunos resolvem as tarefas; - Estimular os alunos a identificarem padrões nos deslocamentos do Bee na Tabela do 1 e a relacioná-los com a adição de decimais. - Colocar questões orientadoras para garantir que o aluno compreende o objetivo de cada tarefa. <p>Tarefa 1 (desenvolvimento da decomposição e da algoritmia)</p> <p>Consegues identificar na Tabela do 1 os valores da tarefa?; Que tipo de movimentos (para a direita, para baixo, etc) precisas de programar para resolveres a tarefa?; Se tivesses de explicar este processo a um colega, quais seriam os passos principais?</p> <p>Tarefa 2 (desenvolvimento da depuração)</p> <p>O Bee poderia chegar ao mesmo resultado usando um caminho diferente? Como?; Poderias usar menos passos ou uma estratégia mais eficaz?</p> <p>Tarefa 3 (desenvolvimento da abstração)</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Circular pela sala, observando as interações entre os alunos e monitorizando a participação de todos. - Esclarecer dúvidas sem dar respostas diretas, mantendo o desafio cognitivo. - Garantir que os alunos registam os procedimentos e as resoluções na folha de exploração, preparando-os para a discussão coletiva. - Selecionar algumas resoluções para serem apresentadas na fase seguinte, considerando diferentes estratégias e possíveis dificuldades.

	<p>Que informações do guião te ajudaram a compreender como programar o movimento do Bee?</p> <ul style="list-style-type: none"> - Pedir que justifiquem as suas escolhas e estratégias de programação. - Incentivar a depuração de erros, ajudando os alunos a testar e melhorar suas soluções. 	
<p>Discussão da tarefa (30 minutos)</p>	Desenvolvimento da aula	
	<p>Os alunos partilham e comparam as suas soluções, discutindo os diferentes caminhos programados no Scratch para encontrar os valores na Tabela do 1. O professor assume o papel de mediador, incentivando a argumentação e a reflexão sobre as estratégias utilizadas.</p>	
	Promoção da aprendizagem matemática	Gestão da aula
	<ul style="list-style-type: none"> - Pedir aos grupos selecionados que expliquem passo a passo as suas resoluções. - Pedir aos alunos que clarifiquem e justifiquem as suas resoluções; - Questionar os alunos sobre outras possíveis programações que levassem ao mesmo resultado. - Incentivar a comparação entre as diferentes resoluções apresentadas e que passos eram comuns entre as resoluções (desenvolvimento do reconhecimento de padrões) - Explorar erros e dificuldades, incentivando os restantes alunos da turma a partilhar as suas opiniões. 	<ul style="list-style-type: none"> - Selecionar os grupos que irão efetuar a partilha. - Garantir a participação dos alunos, incentivando a troca de ideias. - Criar um ambiente de respeito e colaboração ao longo da discussão.

Sistematização das aprendizagens matemáticas (10 minutos)	Desenvolvimento da aula	
	A professora distribui a folha de sistematização, que é realizada em grupo pelos alunos, onde consta uma sistematização da relação dos passos da programação do Scratch e a sua relação com a adição/subtração de números decimais.	
	A aula termina com a realização da Tarefa de Avaliação Formativa.	
	Promoção da aprendizagem matemática	Gestão da aula
	<ul style="list-style-type: none"> - Sistematizar as aprendizagens adquiridas; - Relacionar a programação no Scratch com a adição e subtração. 	<ul style="list-style-type: none"> - Criar ambiente propício para o momento de sistematização; - Distribuir das folhas de sistematização; - Garantir o registo escrito da resolução; - Distribuição

Recursos

O guião de exploração que se segue tem como finalidade apoiar os alunos na exploração do Scratch e na realização das tarefas propostas.

Guião de exploração Scratch

Aceda ao site <https://scratch.mit.ed>

se **já tem conta**, então





clique em “Entrar” e aceda à sua conta




senão,

clique em “Aderir ao Scratch” e crie uma conta

Explore o Scratch através do menu “Criar”!

Para programar dentro do menu “Criar” existem diversos Blocos de programação:

 Movimento	Os blocos de movimento estão relacionados com posicionamento e deslocamento dos componentes (atores e palcos) pelo espaço da tela.
 Aparência	Os blocos de aparência relacionam-se com o aspeto visual dos componentes, como tamanho, cor, aparecer ou desaparecer, ações de fala e mudanças de fantasia ou de cenário.
 Som	Os blocos de som permitem fazer com que um ator ou cenário execute sons.
 Eventos	Os blocos de evento permitem definir a condição para que a programação ou as programações criadas iniciem.

 Controlo	Os blocos de controlo têm a função de organizar a execução das ações dos componentes, por exemplo, determinando quantas vezes determinada ação será realizada, que condição se deve verificar para que uma ação ocorra, etc.
 Sensores	Os blocos de sensores permitem estipular as ações que poderão ocorrer condicionadas pela interação de diferentes atores, por se clicar nos botões do rato, por se pressionar teclas do teclado, etc. Muitos dos blocos desta categoria não foram criados para serem usados isoladamente, mas sim, para se encaixarem em blocos de outras categorias.
 Operadores	Os blocos de operadores têm função lógica e matemática, utilizada em associação com os blocos das restantes categorias.

Tarefa 1:

Explore os cenários, atores e blocos de programação presentes no Scratch. Deverá conseguir fazer com que o seu ator se desloque pela tela, utilizando os blocos de programação disponíveis.

1. Defina o evento que deve ocorrer para que a programação inicie;

Exemplos:



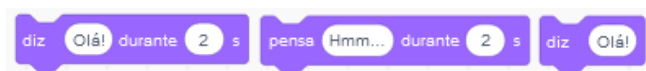
2. Defina os movimentos que pretende que o ator execute;

Exemplos:



3. Defina uma mensagem para finalizar a sua programação;

Exemplos:



4. Escolha outros blocos para criar diferentes programações!

Tarefa 2:

Aceda ao projeto “Tabela do 1” através do link: <https://scratch.mit.edu/projects/994177011/editor/>.

Note que: a posição inicial do Bee já está definida no projeto. Para se movimentar considere que: para se deslocar 1 passo na tabela deverá indicar 35 passos na programação Scratch.

Assim:

Passos na Tabela	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,10
Passos na Programação	35	70	105	140	175	210	245	280	315	350

1. Programe o Bee para se deslocar até ao número 0,06;

2. Agora, programe o Bee para se deslocar para o número 0,16.

a. Considerando os passos que levaram o Bee até ao número 0,06, o que significa deslocar-se da esquerda para a direita na Tabela do 1?

b. Considerando os passos que levaram o Bee do número 0,06 para o número 0,16, o que significa deslocar-se de cima para baixo na Tabela do 1?

c. Descreve os passos que podes programar para que o Bee se desloque pela Tabela do 1.

Nota: O campo de resposta apresentado é meramente ilustrativo, devendo ser dado um maior campo de resposta na folha de exploração entregue aos alunos.

De seguida, apresenta-se uma proposta de folha de exploração pensada para a implementação da proposta didática descrita.

Observa a seguinte imagem.



Imagem adaptada de: https://www.dgterritorio.gov.pt/sites/default/files/publicacoes/folheto_cos_lq.pdf

- 1.O Bee quer saber qual é a parte do uso dos solos na floresta e na agricultura em Portugal. Usa a Tabela do 1 e ajuda o Bee a descobrir o valor. Descreve passo-a-passo o que fizeste para conseguires resolver a tarefa.

- 2.Será que havia outras opções de programação do Bee que também te permitiam encontrar a solução da tarefa? Quais?

- 3.Que elementos do guião de exploração e do enunciado consideraste fundamentais para conseguires resolver a tarefa?

Nota: O campo de resposta apresentado é meramente ilustrativo, devendo ser dado um maior campo de resposta na folha de exploração entregue aos alunos.


A folha de sistematização que se segue visa apoiar o processo de sistematização das aprendizagens realizadas.

1. Ligue os pontos para obter afirmações verdadeiras relativamente à exploração da Tabela do 1 no Scratch

Quando me desloco:

- | | | | |
|--------------------------|---|---|----------------------|
| Um passo para a direita | ● | ● | Adiciono 1 décima |
| Um passo para a esquerda | ● | ● | Adiciono 1 centésima |
| Um passo para cima | ● | ● | Subtraio 1 décima |
| Um passo para baixo | ● | ● | Subtraio 1 centésima |

2. Observe a imagem do Bee na Tabela do 1.

0,42	0,43	0,44	0,45	0,46	0,47	0,48	0,49
0,52	0,53		0,55	0,56	0,57	0,58	0,59
0,62	0,63	0,64	0,65	0,66	0,67	0,68	0,69
0,72	0,73	0,74	0,75	0,76	0,77	0,78	0,79

Sabendo que se pretende efetuar a adição $0,54+0,13$, que programação deve executar o Bee para encontrar o resultado desta operação? Justifique a sua resposta.

Nota: Indique o número de passos na Tabela e não na programação.

De seguida, apresenta-se uma proposta de Tarefa de Avaliação Formativa a implementar.

Verde | Algo que compreendi muito bem, é...

Amarelo | Algo que gostaria de aprender melhor é...

Vermelho | Algo que ainda tenho muitas dúvidas é...

Diagramas de Caule-e-Folhas com o *HypatiaMat*: Organizar, Comparar e Interpretar!

A proposta didática 6 destina-se ao 4.º ano de escolaridade e tem como objetivo representar conjuntos de dados quantitativos sobre a mesma característica através de diagramas de caule-e-folhas duplos e ler, interpretar e discutir a distribuição dos dados, com recurso à plataforma *HypatiaMat*. Recomenda-se que os alunos trabalhem em pequenos grupos, favorecendo a partilha e discussão dos raciocínios e propostas de resolução, promovendo o desenvolvimento da aprendizagem colaborativa. Antes de iniciar a resolução das tarefas, o professor deve garantir que todos os alunos conseguem aceder à plataforma e aceder às *frames* indicadas. Durante a exploração, o professor deve circular pela sala, ajudando na interpretação dos enunciados e colocando questões orientadoras, sempre que necessário. Deve ainda incentivar o registo dos procedimentos e estratégias utilizadas, promovendo a comunicação matemática. A partilha e discussão das resoluções entre grupos deve ser valorizada, com o professor a mediar a comparação de representações e a clarificação de conceitos. No final da sessão, recomenda-se a realização da folha de sistematização, de modo a sistematizar os conceitos abordados ao longo da sessão.

Proposta de planificação

Na tabela seguinte, apresenta-se a planificação correspondente à proposta didática “Diagramas de Caule-e-Folhas com o *HypatiaMat*: Organizar,

Comparar e Interpretar!”, elaborada com base no modelo de planificação criado.

Ano de escolaridade	Área curricular	Duração
4.º ano	Matemática	120 minutos

Conhecimentos prévios	Recursos
Representar conjuntos de dados em diagramas de caule-e-folhas simples	<p>Computador (1 por par)</p> <p>Guiões de exploração do <i>HypatiaMat</i></p> <p>Lápis, borracha, caneta azul ou preta</p> <p>Quadro branco</p> <p>Caneta de escrever no quadro</p> <p>Projetor</p> <p>Plataforma <i>HypatiaMat</i></p> <p>Folhas de sistematização</p> <p>Folhas de exploração</p> <p><i>PowerPoint</i> com soluções da folha de sistematização</p> <p>Tarefa de Avaliação Formativa – Tarefa 3-2-1 (adaptação)</p>

Tema		Tópico	Subtópico	Objetivo de aprendizagem	A. C. Perfil dos Alunos
Tema matemático	Números	Representações gráficas	Diagramas de caule-e-folhas	Representar conjuntos de dados quantitativos sobre a mesma característica através de diagramas de caule-e-folhas, incluindo fonte, título e legenda.	A- Linguagens e textos
		Análise de dados	Interpretação e conclusão	Ler, interpretar e discutir a distribuição dos dados, salientando criticamente os aspetos mais relevantes, ouvindo os outros e discutindo de forma fundamentada.	C- Raciocínio e resolução de Problemas D- Pensamento crítico e pensamento criativo
Capacidades matemáticas		Pensamento computacional	Abstração	Extrair a informação essencial de um problema.	E- Relacionamento interpessoal F- Desenvolvimento pessoal e autonomia I- Saber científico, técnico e tecnológico
			Decomposição	Estruturar a resolução de problemas por etapas de menor complexidade de modo a reduzir a dificuldade do problema.	
			Reconhecimento de padrões	Reconhecer ou identificar padrões no processo de resolução de um problema e aplicar os que se revelam eficazes na resolução de outros problemas semelhantes.	
			Algoritmia	Desenvolver um procedimento passo a passo (algoritmo) para solucionar um problema de modo a que este possa ser implementado.	

		Depuração	Procurar e corrigir erros, testar, refinar e otimizar uma dada resolução apresentada.	
	Comunicação matemática	Expressão de ideias	Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito.	
		Discussão de ideias	Ouvir os outros, questionar e discutir as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumentos.	

Avaliação da aula	
Tarefa de Avaliação Formativa – Tarefa 3-2-1 (adaptação)	
Fase da aula (Tempo)	Descrição do desenvolvimento da aula
Introdução da tarefa (15 minutos)	Desenvolvimento da aula
	<p>Organização dos alunos pelos grupos previamente definidos (pares). Entrega dos guiões de exploração do <i>HypatiaMat</i>. A professora acede ao <i>HypatiaMat</i> e às devidas <i>frames</i> projetando este processo no quadro para os alunos acompanharem. Distribuição das folhas de exploração. Apresentação das tarefas à turma e explicação da metodologia de trabalho. Informar os alunos que terão de resolver a tarefa no <i>HypatiaMat</i> e depois colocar os valores nos retângulos que estão simbolizados nas <i>frames</i> na folha de exploração. Para além disso informar que terão de, em várias tarefas sublinhar as informações mais importantes. Em algumas questões têm também de explicar como pensaram usando palavras esquemas ou desenhos, depois vêm o que mais se adequa.</p>

	Informar que os alunos têm de resolver as tarefas na folha de exploração a lápis.	
	Promoção da aprendizagem matemática	Gestão da aula
	<ul style="list-style-type: none"> - Apresentar as tarefas à turma, garantindo a apropriação e compreensão da mesma e esclarecendo eventuais dúvidas. - Familiarizar com o contexto da tarefa - Esclarecer a interpretação da tarefa - Promover a adesão dos alunos à tarefa: - Estabelecer conexões com experiências anteriores; - Desafiar para o trabalho. 	<p>Organizar o trabalho dos alunos:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Organizar os alunos por pares; - Entregar os guiões de exploração do HypatiaMat; - Entrega das folhas de exploração - Garantir que todos os pares têm um computador e que o ligam; - Estipular tempos para o trabalho; - Explicar a metodologia de trabalho.
Realização da tarefa (30 minutos)	Desenvolvimento da aula	
	<p>Em par resolvem as <i>frames</i> do <i>HypatiaMat</i> (59, 60, 61, 62, 63 e 64 da <i>applet</i> “Diagrama de Caule-e-Folhas”), que também estão presentes no guião, em simultâneo respondem às questões do guião.</p> <p>Todos os elementos do par têm de interagir e contribuir para a resolução das tarefas.</p> <p>A professora circula pela sala para observar as resoluções dos pares e orientar possíveis dificuldades através da colocação de perguntas. É nesta fase que a professora seleciona os pares que vão responder às questões e os que vão comentar.</p>	
	Promoção da aprendizagem matemática	Gestão da aula

	<ul style="list-style-type: none"> - Garantir o desenvolvimento da tarefa pelos alunos; - Esclarecer a interpretação da tarefa - Garantir que avançam com as tarefas; - Pedir clarificações e justificações / <p>Colocar questões:</p> <p>Tarefas 1, 4 e 5 (desenvolvimento da abstração)</p> <p>O que precisas mesmo de saber para conseguires resolver a tarefa?</p> <p>Que dados te ajudam a perceber o que está a ser pedido?</p> <p>Tarefa 1.2 (desenvolvimento da decomposição e algoritmia)</p> <p>Qual foi o primeiro passo que realizaste? E o segundo?</p> <p>Que etapas realizaste para conseguires construir o diagrama de caule-e-folhas duplo?</p> <p>Tarefa 2 (desenvolvimento da abstração)</p> <p>Que dados te ajudaram a perceber o que estava a ser pedido na tarefa?</p> <p>Que informações sublinhaste anteriormente?</p> <p>Tarefa 3 (desenvolvimento da depuração)</p> <p>O diagrama que construístes tem tudo o que é necessário para ser compreendido por outra pessoa?</p> <p>Consegues explicar como sabes que o diagrama está correto? Que elementos têm de lá estar?</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Promover e guiar o trabalho dos pares e a interação entre os elementos de cada grupo: - Regular as interações entre os alunos; - Relembrar que estão a trabalhar em pares, por isso, devem conversar sobre a situação problemática em conjunto e discutir as respostas. - Definir tempos para a resolução das tarefas. - Garantir a execução dos exercícios no <i>HypatiaMat</i> e no guião <p>Organizar a discussão a fazer:</p> <ul style="list-style-type: none"> -Circular pelos pares para observar as resoluções; - Identificar e selecionar resoluções variadas (clarificadoras, com erro a explorar) - Fotografar as resoluções para depois, na discussão da tarefa, projetar no quadro.
--	---	---

	<p>Tarefa 4.2, 5.2 e 6 (mínimo, máximo e moda)</p> <p>Estes números representam o quê relativamente ao conjunto de dados?</p> <p>Manter o desafio cognitivo e autonomia dos alunos:</p> <ul style="list-style-type: none"> -Solicitar justificações -Cuidar de promover o raciocínio dos alunos -Cuidar de não validar as respostas dos alunos 	
<p>Discussão da tarefa</p> <p>(30 minutos)</p>	Desenvolvimento da aula	
	<p>A resolução do par selecionado é projetada no quadro e os alunos apresentam a sua resolução, justificando as suas opções e escolhas.</p> <p>A discussão das tarefas é mediada pela professora. Os restantes pares, selecionados pela professora, comentam a resolução dos colegas.</p> <p>Depois de cada grupo referir o que acrescentaria, a professora acrescenta o que faltar (se necessário).</p> <p>Os registos que os alunos fazem desta fase da aula são feitos na folha de exploração a caneta, sem alterar o que escreveram na realização da tarefa.</p>	
	Promoção da aprendizagem matemática	Gestão da aula
	<ul style="list-style-type: none"> - Promover a qualidade matemática das apresentações dos alunos: -Pedir explicações claras das resoluções; -Pedir justificações sobre os resultados -Discutir a diferença e eficácia matemática das resoluções apresentadas Regular as interações entre alunos na discussão: 	<ul style="list-style-type: none"> - Criar ambiente propício à apresentação e discussão: -Dar por terminado o tempo de resolução da tarefa pelos alunos -Promover atitude de respeito e interesse genuíno pelos diferentes trabalhos apresentados. Gerir relações dos alunos: - Definir quem apresenta e quem comenta;

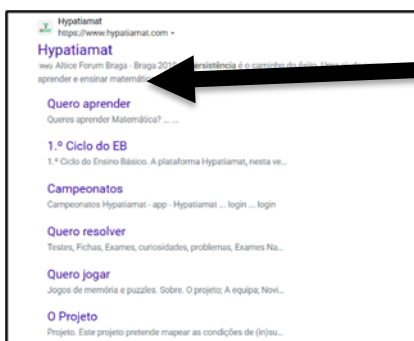
	<ul style="list-style-type: none"> - Incentivar o questionamento para clarificação de ideias apresentadas ou esclarecimento de dúvidas - Incentivar a resposta às questões colocadas. Que diferenças há nas respostas? Por que motivo? - Incentivar a comparação entre a resolução dos alunos e entre o primeiro diagrama de caule-e-folhas construído (escola do Tobias) e o segundo (escola do Fernando) (desenvolvimento do reconhecimento de padrões) - Incentivar a identificação de erros matemáticos das resoluções. 	<ul style="list-style-type: none"> - Promover e gerir as participações dos alunos na discussão: O que têm a acrescentar às resoluções acrescentadas? O que alteravam? - Projetar as resoluções dos pares selecionados no quadro.
<p>Sistematização das aprendizagens matemáticas</p> <p>(10 minutos)</p>	Desenvolvimento da aula	
	<p>No fim, o professor distribui uma folha de sistematização dos conteúdos para em grande grupo resolverem. À medida que vão fazendo o professor passa um PowerPoint com o registo das respostas. No fim o professor distribui uma Tarefa de Avaliação Formativa a cada aluno e estes respondem individualmente.</p>	
	Promoção da aprendizagem matemática	Gestão da aula
	<ul style="list-style-type: none"> - Institucionalizar ideias ou procedimentos relativos a tópicos matemáticos suscitados pela exploração da tarefa: - Reforçar aspetos-chave <p>Os diagramas de caule-e-folhas duplos são utilizados para representar 2 conjuntos de dados relativos à mesma característica incluindo título, legenda e fonte.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Distribuir as folhas de sistematização. - Gerir ambiente adequado à sistematização: - Focar os alunos no momento de sistematização individual, numa primeira fase e, na correção, coletiva - Garantir o registo das ideias resultantes da sistematização (correção dos exercícios).

	<p>Num diagrama de caule-e-folhas duplo os dois conjuntos de dados partilham o caule, e as folhas de um dos conjuntos é organizada do lado esquerdo do caule e as folhas do outro conjunto de dados são organizadas do lado direito do caule. As folhas de ambos os conjuntos estão organizadas por ordem crescente a partir do caule. Os valores do caule estão organizados por ordem crescente de cima para baixo.</p> <p>Para descobrir o mínimo num diagrama de caule-e-folhas duplo basta olhar para a primeira linha e para as duas folhas mais próximas do caule, a do lado direito e a do lado esquerdo. Depois o mínimo é o dado com o menor algarismo das unidades.</p> <p>Para descobrir o máximo num diagrama de caule-e-folhas duplo basta olhar para a última linha e para as duas folhas mais distantes do caule, a do lado direito e a do lado esquerdo.</p>	
--	--	--

Recursos

Apresenta-se de seguida um guião de acesso e exploração da plataforma *HypatiaMat*, estruturado para apoiar a integração deste recurso nas práticas letivas.


1.º passo- Verifica que tens a *internet* ligada ao computador e pesquisa no *google* pela plataforma.
Clica aqui




2.º passo- Faz Login e preenche com os teus dados



3.º passo- Agora com o *login* feito já podes explorar a plataforma. Começa por clicar em 1.º Ciclo.



4.º passo- Acede à seguinte Applet



5.º passo- Acede apenas às frames que estão na folha de exploração.

De seguida, propõe-se uma folha de exploração a ser utilizada no contexto da implementação da proposta didática.

Lê com atenção as seguintes *frames* do *HypatiaMat*. Tem atenção que a *frame* que te aparece no *HypatiaMat* pode não ser igual à da folha de exploração.

1. Sublinha as informações mais importantes para conseguires resolver o que te é pedido.

1.1. Resolve a tarefa no *HypatiaMat* e depois completa os diagramas e o retângulo abaixo com a tua resolução.

REPRESENTAÇÃO DE DADOS 2
CAULE-E-FOLHAS

Na Semana do Desporto, trinta alunos da escola do **Tobias** participaram numa prova de corrida de 200 metros. Os tempos (em segundos) obtidos foram os seguintes:

41	51	31	46	42	29	55	53	29	47
33	32	37	54	51	52	39	54	44	50
39	47	48	44	56	49	47	34	58	29

► Organiza os dados num **DIAGRAMA DE CAULE-E-FOLHAS**:

Tempos (em segundos) obtidos por 30 alunos da escola do Tobias numa corrida de 200 m

3|1 significa

REPRESENTAÇÃO DE DADOS 2
CAULE-E-FOLHAS

Na mesma Semana do Desporto, trinta alunos da escola do **Fernando** participaram também numa prova de corrida de 200 metros. Os tempos (em segundos) que obtiveram foram os seguintes:

30	36	37	57	52	31	41	40	37	33
29	50	55	26	54	25	27	34	51	42
51	47	31	45	29	42	32	48	32	52

► Para comparar o desempenho dos alunos das duas escolas, o **Tobias** está a representar os tempos obtidos em **DIAGRAMAS DE CAULE-E-FOLHAS** paralelos. Ajuda o **Tobias** a completar:

Escola do Tobias		Escola do Fernando
	2	
	3	
	4	
	5	

3|0 significa 30

1.2. Descreve os passos que fizeste para construir o diagrama de caule-e-folhas duplo.

2. Identifica as informações que foram essenciais para construíres o diagrama de caule-e-folhas duplo.

3. Verifica se construístes o diagrama de caule-e-folhas duplo corretamente na tarefa 1.1 Indica todos os elementos que devem estar presentes num diagrama de caule-e-folhas duplo. Explica como pensaste usando palavras, esquemas ou desenhos.

Lê com atenção a *frame* 61 do *HypatiaMat*. Tem atenção que a *frame* que te aparece no *HypatiaMat* pode não ser igual à da folha de exploração.

4. Sublinha as informações mais importantes para conseguires resolver o que te é pedido.

4.1. Resolve a tarefa no *HypatiaMat* e depois rodeia a tua resolução abaixo.

REPRESENTAÇÃO DE DADOS 2
CAULE-E-FOLHAS

Escola do Tobias

8555
965220
77610000
998876654431

Escola do Fernando

556669
13355789
0568899
23478999

1. Em que escola foi registado o melhor tempo?

Tobias
Fernando
ambas

3|0 significa 30

4.2. O que significa este valor nos dados registados? Explica como pensaste, usando palavras, esquemas ou desenhos.

Lê com atenção a *frame* 62 do *HypatiaMat*. Tem atenção que a *frame* que te aparece no *HypatiaMat* pode não ser igual à da folha de exploração.

5. Sublinha as informações mais importantes para conseguires resolver o que te é pedido.

5.1. Resolve a tarefa no *HypatiaMat* e depois rodeia a tua resolução abaixo.



5.2. O que significa este valor nos dados registados? Explica como pensaste, usando palavras, esquemas ou desenhos.

6. Qual foi o tempo mais registado nas duas escolas? O que significa este valor? Explica como pensaste, usando palavras, esquemas ou desenhos.

Nota: O campo de resposta apresentado é meramente ilustrativo, devendo ser dado um maior campo de resposta na folha de exploração entregue aos alunos.

De seguida é apresentada uma proposta de folha de Sistematização a implementar nesta proposta didática.

Os diagramas de caule-e-folhas duplos são utilizados para representar _____ conjuntos de dados relativos à _____ característica incluindo _____, _____ e _____.

Num diagrama de caule-e-folhas duplo os dois conjuntos de dados partilham o _____, e as _____ de um dos conjuntos é organizada do lado _____ do caule e as _____ do outro conjunto de dados são organizadas do lado _____ do caule.

As folhas de ambos os conjuntos estão organizadas por ordem _____ a partir do caule.

Os valores do caule estão organizados por ordem _____ de cima para baixo.

Para descobrir o mínimo num diagrama de caule-e-folhas duplo basta olhar para a _____ linha e para as duas folhas mais _____ do caule, a do lado direito e a do lado esquerdo. Depois o mínimo é o dado com o _____ algarismo das unidades.

Para descobrir o máximo num diagrama de caule-e-folhas duplo basta olhar para a _____ linha e para as duas folhas mais _____ do caule, a do lado direito e a do lado esquerdo. Depois o máximo é o dado com o _____ algarismo das unidades.

A moda é o dado _____ registado nos dois conjuntos de dados.

Por último, apresenta-se uma adaptação da Tarefa de Avaliação Formativa – 3-2-1, tendo em vista a sua implementação no final da proposta didática.

Uma coisa que não percebi:

Duas coisas que descobri:

Três coisas que já percebi muito bem:

Referências Bibliográficas

Angeli, C., & Georgiou, K. (2023). Investigating the effects of gender and scaffolding in developing preschool children's computational thinking during problem-solving with Bee-Bots. *Frontiers in Education*, 7. <https://doi.org/10.3389/feduc.2022.757627>

Armstrong, P. (2010). Bloom's taxonomy. Vanderbilt University Center for Teaching, 1-3.

Azevedo, N. (2020). Investigações matemáticas na sala de aula dos autores: João Pedro da Ponte, Joana Brocardo e Hélia Oliveira. *Ensino Da Matemática Em Debate*, 7(2), 303-307. <https://doi.org/10.23925/2358-4122.2020v7i2p261-265>

Bezerra, C., & Quaresma, M. (2023). Desenvolvimento do conhecimento didático de futuros professores no contexto do Estudo de Aula. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 12(29), 325-349. <https://doi.org/10.33871/22385800.2023.12.29.325-349>

Butler, D., & Leahy, M. (2021). Developing preservice teachers' understanding of computational thinking: A constructionist approach. *British Journal of Educational Technology*, 52(3), 1060-1077. <https://doi.org/10.1111/bjet.13090>

Canavarro, A., Brunheira, L., Vicente, M., & Brito, S. (2022). Coletânea de tarefas - 3.º ano de escolaridade.

Canavarro, A., Oliveira, H., & Menezes, L. (2012). Práticas de ensino exploratório da matemática: o caso de Célia. *Investigação Em Educação Matemática*, 255-266.

Carvalho, J., Couceiro, T., Gomes, T., Rodrigues, R. N., Sacramento, J., Pereira, R.,

Freitas, Y., Costa, C., & Martins, F. (2024). Desenvolver o Pensamento Computacional através do Ensino Exploratório numa Aula de Matemática do 4.º Ano de Escolaridade. DEDiCA Revista de Educação e Humanidades (Dreh), 22, 259–292. <https://doi.org/10.30827/dreh.22.2024.30107>

Ching, Y.-H., & Hsu, Y.-C. (2024). Educational Robotics for Developing Computational Thinking in Young Learners: A Systematic Review. TechTrends, 68(3), 423–434. <https://doi.org/10.1007/s11528-023-00841-1>

Çoban, E., Korkmaz, Ö., & Korkmaz, O. (2021). An alternative approach for measuring computational thinking: Performance-based platform. Thinking Skills and Creativity, 42, 100929. <https://doi.org/10.1016/j.tsc.2021.100929>

Costa, S., Costa, C., Martins, F., & Lopes, J. (2022). Instrumental Orchestration in the Primary School and the Use of Digital Resources to Link STEM and Art: Systematic Literature Review. In A. Reis, J. Barroso, P. Martins, A. Jimoyiannis, R. Huang, & R. Henriques (Eds.), Technology and Innovation in Learning, Teaching and Education (pp. 193–210). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-22918-3_15

Decreto-Lei n.º 139/2012 de 5 de julho. (2012). Diário da República n.º 129/2012, Série I de 2012-07-05. 3476–3491. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência. <https://diariodarepublica.pt/dr/detalhe/decreto-lei/139-2012-178548>

Decreto-lei n.º 55/2018 de 06 de julho. (2018). Diário da República n.º 129/2018, Série I de 2018-07-06. 2928–2943. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência. https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/AFC/dl_55_2018_afc.pdf

Dias, E., Viseu, F., Cunha, M., & Martins, P. (2013). A natureza das tarefas e o

envolvimento dos alunos nas atividades da aula de matemática. XII Congresso Internacional Galego-Português de Psicopedagogia.

Doleck, T., Bazelais, P., Lemay, D., Saxena, A., & Basnet, R. (2017). Algorithmic thinking, cooperativity, creativity, critical thinking, and problem solving: exploring the relationship between computational thinking skills and academic performance. *Journal of Computers in Education*, 4(4), 355-369. <https://doi.org/10.1007/s40692-017-0090-9>

Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., Reed, H., & Gravemeijer, K. (2010). The teacher and the tool: instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 75(2), 213-234. <https://doi.org/10.1007/s10649-010-9254-5>

Endres, T., Lovell, O., Morkunas, D., Rieß, W., & Renkl, A. (2023). Can prior knowledge increase task complexity? – Cases in which higher prior knowledge leads to higher intrinsic cognitive load. *British Journal of Educational Psychology*, 93(S2), 305-317. <https://doi.org/10.1111/bjep.12563>

Espadeiro, R. (2021). O Pensamento Computacional no currículo de Matemática. *Educação e Matemática*, 162, 5-10.

Espinal, A., Vieira, C., & Magana, A. (2024). Professional Development in Computational Thinking: A Systematic Literature Review. *ACM Transactions on Computing Education*, 24(2). <https://doi.org/10.1145/3648477>

Fernandes, D. (2021). Para uma fundamentação e melhoria das práticas de avaliação pedagógica no âmbito do Projeto MAIA. Texto de Apoio à formação - Projeto de Monitorização, Acompanhamento e Investigação em Avaliação

Pedagógica (MAIA). Ministério da Educação/Direção-Geral da Educação.

Ferraz, A., & Belhot, R. (2010). Taxonomia de Bloom: revisão teórica e apresentação das adequações do instrumento para definição de objetivos instrucionais. *Gestão & Produção*, 17, 421–431.

Ferreira, N., & Ponte, J. (2017). O conhecimento para ensinar Matemática na prática letiva de uma futura professora do 2º ciclo: O conceito de percentagem. In GTI (Ed.), *A prática dos professores: Planificação e discussão coletiva na sala de aula* (pp. 197–222). APM.

Ferreira, R., Silva, A., Freitas, Y., Costa, S., & Martins, F. (2024). Símbolos nacionais e representações de números racionais em práticas STEAM. *APeDuC Revista*, 5(1), 48–64. <https://doi.org/10.58152/APeDuCJournal.440>

Fonseca, G., & Ponte, J. (2025). Conhecimento da Prática Letiva de Educadoras de Infância Desenvolvido num Estudo de Aula. *Acta Scientiae*, 27(2), 1–27. <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.XXXX>

Freitas, Y. (2024). A applet multiplicação da Plataforma HypatiaMat na compreensão dos sentidos da operação aritmética multiplicação. [Relatório final de Mestrado, Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Coimbra].

Freitas, Y., Abbasi, M., Brito-Costa, S., Pinto, R., Rato, V., & Martins, F. (2024). Exploratory teaching: Integrating applet to teach arithmetic multiplication operation. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 20(12), em2546. <https://doi.org/10.29333/ejmste/15666>

Freitas, Y., Guiomar, B., Gonçalves, S., Pinto, R., Pinto, E., Rato, V., & Martins, F.

(2025). Using Serious Games with Exploratory Teaching to Develop Mental Arithmetic in Primary Education. *Educational Process: International Journal*, 15, e2025151. <https://doi.org/10.22521/edupij.2025.15.151>

Freitas, Y., Martins, F., Moral-Sánchez, S.-N., & Ruiz-Rey, F.-J. (2025). Actions of a Trainee Teacher in Orchestrating Mathematical Discussions. *Educational Process: International Journal*, 14, e2025038. <https://doi.org/10.22521/edupij.2025.14.38>

Freitas, Y., Pinto, R., Rato, V., Gomes, A., & Martins, F. (2023). Sentidos da multiplicação e a applet Multiplicação da plataforma Hypatiamat. *APeDuC Revista*, 4(1), 119-137. <https://doi.org/10.58152/apeducjournal.401>

Guerreiro, A., Ferreira, R., Menezes, L., & Martinho, M. (2015). Comunicação na sala de aula: a perspetiva do ensino exploratório da matemática. *Zetetiké*, 23(44), 279-295.

Harari, Y. (2024). *Nexus – História breve das redes de informação: Da idade da pedra à Inteligência Artificial*. Penguin Random House Grupo Editorial.

Haşlaman, T., Mumcu, F., & Uslu, N. (2024). Fostering computational thinking through digital storytelling: a distinctive approach to promoting computational thinking skills of pre-service teachers. *Education and Information Technologies*, 1-27. <https://doi.org/10.1007/s10639-024-12583-5>

Hsu, C.-Y., & Tsai, M.-J. (2024). Predicting Robotics Pedagogical Content Knowledge: The Role of Computational and Design Thinking Dispositions via Teaching Beliefs. *Journal of Educational Computing Research*, 62(5), 1159-1181. <https://doi.org/10.1177/07356331241236882>

Israel-Fishelson, R., & HersHKovitz, A. (2022). Studying interrelations of computational thinking and creativity: A scoping review (2011–2020). *Computers and Education*, 176(104353), 1–22. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2021.104353>

Jesus, C., Cyrino, M., & Oliveira, H. (2020). Mathematics teachers' learning on Exploratory Teaching: analysis of a Multimedia Case in a Community of Practice. *Acta Scientiae*, 22(1), 112–133. <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.5566>

Jiang, B., & Li, Z. (2021). Effect of Scratch on computational thinking skills of Chinese primary school students. *Journal of Computers in Education*, 8(4), 505–525. <https://doi.org/10.1007/s40692-021-00190-z>

Korkmaz, Ö., Çakir, R., & Özden, M. (2017). A validity and reliability study of the computational thinking scales (CTS). *Computers in Human Behavior*, 72, 558–569. <https://doi.org/10.1016/j.chb.2017.01.005>

Krathwohl, D. (2002). A Revision of Bloom's Taxonomy: An Overview. *Theory Into Practice*, 41(4), 212–218. https://doi.org/10.1207/s15430421tip4104_2

Li, X., Sang, G., Valcke, M., & van Braak, J. (2024). Computational thinking integrated into the English language curriculum in primary education: A systematic review. *Education and Information Technologies*. <https://doi.org/10.1007/s10639-024-12522-4>

Looi, C., Chan, S., Wu, L., Huang, W., Kim, M., & Sun, D. (2024). Exploring Computational Thinking in the Context of Mathematics Learning in Secondary Schools: Dispositions, Engagement and Learning Performance. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 22(5), 993–1011.

<https://doi.org/10.1007/s10763-023-10419-1>

Lopes, J., & Silva, H. (2020). 50 técnicas de avaliação formativa. Pactor.

Macann, V., & Carvalho, L. (2021). Teachers Use of Public Makerspaces to Support Students' Development of Digital Technology Competencies. *New Zealand Journal of Educational Studies*, 56(SUPPL 1), 125-142. <https://doi.org/10.1007/s40841-020-00190-0>

Martínez, M., Lévêque, O., Benítez, I., Hardebolle, C., & Zufferey, J. (2022). Assessing Computational Thinking: Development and Validation of the Algorithmic Thinking Test for Adults. *Journal of Educational Computing Research*, 60(6), 1436-1463. <https://doi.org/10.1177/07356331211057819>

Martinho, M., & Ponte, J. (2005). A comunicação na sala de aula de matemática: Um campo de desenvolvimento profissional do professor. In A. M. Brocardo, J.; Mendes, F.; Boavida (Ed.), *Atas do V Congresso Ibero-Americano de Educação Matemática*.

Martins, M., Ponte, J., & Mata-Pereira, J. (2024). O desenvolvimento do conhecimento didático de futuros professores: o estudo de aula como processo formativo integrado na formação inicial. *PNA. Revista de Investigación En Didáctica de La Matemática*, 18(2), 105-130. <https://doi.org/10.30827/pna.v18i2.27258>

Martins, S. (2020). Applets como artefactos de mediação semiótica na formação inicial de professores na licenciatura em educação básica. *Quadrante*, 29(1), 74-96.

Mestre, C., Martins, C., Tourais, C., & Guerra, I. (2023). *Coletânea de tarefas - 1. o*

ano de escolaridade. Direção Geral da Educação.

Ministério da Educação. (2017). Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória. Ministério da Educação / Direção-Geral da Educação (DGE). http://dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Projeto_Autonomia_e_Flexibilidade/perfil_dos_alunos.pdf

Ministério da Educação. (2021). Aprendizagens essenciais de Matemática. Lisboa: ME.

Monteiro, C., & Costa, C. (2021). Instrumental Orchestrations in a Math Teacher's Practices to Enhance Distance Learning of Integral Calculus. In A. Reis, J. Barroso, J. B. Lopes, T. Mikropoulos, & C. W. Fan (Eds.), *Technology and Innovation in Learning, Teaching and Education* (pp. 61-74). https://doi.org/10.1007/978-3-030-73988-1_5

Oliveira, H., Menezes, L., & Canavarro, A. (2013). Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática : Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência 1. *Quadrante*, XXII(2), 29-53.

Oliveira, J., Cavalcante, P., & Aquino, K. (2024). FLEX-AS: Estratégia didática para o ensino de ciências nas perspectivas da Aprendizagem Significativa e Flexibilidade Cognitiva. *Investigações Em Ensino de Ciências*, 29(3), 389-404. <https://doi.org/10.22600/1518-8795.ienci2024v29n3p389>

Organisation for Economic Co-Operation and Development. (2019). *The Future of Education and Skills – Education 2030: The Future We Want*. OECD.

Özcan, M., Çetinkaya, E., Göksun, T., & Kisbu-Sakarya, Y. (2021). Does learning to code influence cognitive skills of elementary school children? Findings from a

randomized experiment. *British Journal of Educational Psychology*, 91(4), 1434–1455. <https://doi.org/10.1111/bjep.12429>

Papert, S. (1980). *Mindstorms: Children, Computers, and Powerful Ideas*. In *Basic Books* (Vol. 1).

Peracaula-Bosch, M., & Gonzalez-Martinez, J. (2022). Developing computational thinking among pre-service teachers. *QWERTY*, 17(1), 28–44. <https://doi.org/10.30557/QW000049>

Pewkam, W., & Chamrat, S. (2022). Pre-Service Teacher Training Program of STEM-based Activities in Computing Science to Develop Computational Thinking. *Informatics in Education*, 21(2), 311–329. <https://doi.org/10.15388/infedu.2022.09>

Pinto, F., Silva, I., Freitas, Y., Simões, A., & Martins, F. (2023). Prática STEAM na promoção da criatividade e do relacionamento interpessoal. *APeDuC Revista*, 4(2), 181–194. <https://doi.org/10.58152/ApeducJournal.459>

Ponte, J. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11–34). APM.

Ponte, J. (2012). Estudiando el conocimiento y el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. In N. Planas (Ed.), *Teoría, crítica y práctica de la educación matemática* (pp. 83–98). Graó.

Portaria n.º 223-A/2018, de 3 de agosto. (2018). *Diário da República* n.º 149/2018, 1º Suplemento, Série I de 2018-08-03. 3790-(2)-3790-(23). Lisboa: Ministério da Educação e Ciência. <https://diariodarepublica.pt/dr/detalhe/portaria/223-a-2018-115886163>

Rodrigues, R. N., Brito-Costa, S., Abbasi, M., Costa, C., & Martins, F. (2024). Pre-service teachers' competencies to develop computational thinking: A Portuguese tool to analyse Computational Thinking. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 20(11), em2528. <https://doi.org/10.29333/ejmste/15523>

Rodrigues, R. N., Costa, C., Brito-Costa, S., Abbasi, M., & Martins, F. (2025). Impact of a Training Program on Developing Computational Thinking in Pre-Service Primary School Teachers: From Theory to Practice. *Educational Process: International Journal*, 14, e2025037. <https://doi.org/10.22521/edupij.2025.14.37>

Rodrigues, R. N., Costa, C., & Martins, F. (2024). Integration of computational thinking in initial teacher training for primary schools: a systematic review. In *Frontiers in Education* (Vol. 9, Issue 1330065, pp. 1–8). <https://doi.org/10.3389/feduc.2024.1330065>

Rodrigues, R. N., Fonseca, J., Costa, C., & Martins, F. (2022). Pensamento computacional: dimensões desenvolvidas numa intervenção no estágio pedagógico. In F. Martins, R. Pinto, & C. Costa (Eds.), *Artefactos Digitais, Aprendizagens e Conhecimento Didático - Contributos para Promover a Compreensão da Matemática (IPC-ESEC)*, pp. 117–134).

Roque, M., & Guerreiro, A. (2020). Práticas docentes no 2.º Ciclo do Ensino Básico na avaliação de alunos com currículo específico individual. *Atas Do IV Encontro Luso-Brasileiro Trabalho Docente e Formação de Professores: Profissão Docente, Investigação e Sociedade: Diálogos Múltiplos*, 247–255. <http://trabalhodocenteformacao2019.ie.ulisboa.pt/>

Rossi, C., & Santos, M. (2020). Conhecimentos prévios dos discentes:

contribuições para o processo de ensino-aprendizagem baseado em projetos. *Revista Educação Pública*, 20(39), 1-8.

Santos, E., Brunheira, L., Martins, I., Serra, S., & Martins, C. (2022). Coletânea de tarefas - 5.º ano de escolaridade. Direção Geral da Educação.

Serrazina, M. (2017). Planificação do ensino e aprendizagem da matemática. In GTI (Ed.), *A prática dos professores: Planificação e discussão coletiva na sala de aula* (pp. 9-32). APM.

Shen, I. (2025). Teaching with AI: The Implications and Challenges. In G. Lampropoulos & S. Papadakis (Eds.), *Social Robots in Education: How to Effectively Introduce Social Robots into Classrooms* (pp. 83-104). Springer Nature Switzerland. https://doi.org/10.1007/978-3-031-82915-4_5

Silva, C. (2014). O contributo dos conhecimentos prévios para a construção do conhecimento. [Relatório final de Mestrado, Universidade do Minho].

Silva, C., Mendonça, C., Cadima, J., Rodrigues, R. N., Sacramento, J., Pires, E., Freitas, Y., Costa, C., & Martins, F. (2024). The Exploration of the SuperDoc Robot through an Explanatory Teaching Model. In M. Bento & J. A. Lencastre (Eds.), *STEAMING AHEAD: Fostering Critical Thinking, Problem-Solving and Creativity* (CIEd, pp. 127-154).

Sobral, L., Neves, M., Simões, M., Rodrigues, R. N., Freitas, Y., Costa, C., & Martins, F. (2024). Pensamento Computacional e Literacia Estatística no 1.º Ano de Escolaridade. *Didáticas Específicas*, 31, 62-75. <https://doi.org/10.15366/didacticas2024.31.004>

Stein, M., Engle, R., Smith, M., & Hughes, E. (2008). Orchestrating Productive

Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), 313–340.
<https://doi.org/10.1080/10986060802229675>

Sukkamart, A., Sermsri, N., Kantathanawat, T., Nakwijit, R., & Meekhobtong, S. (2024). Computer Education Student Teacher Complex Problem-Solving Skills Development using Computational Thinking and Visualization Tools. *Pakistan Journal of Life and Social Sciences (PJLSS)*, 22(2).
<https://doi.org/10.57239/PJLSS-2024-22.2.00364>

Sun, L., You, X., & Zhou, D. (2023). Evaluation and development of STEAM teachers' computational thinking skills: Analysis of multiple influential factors. *Education and Information Technologies*, 28(11), 14493–14527.
<https://doi.org/10.1007/s10639-023-11777-7>

Teixeira, P., Matos, J., & Domingos, A. (2016). A orquestração instrumental dos recursos tecnológicos no ensino da matemática. In A. Canavarro, A. Borralho, J. Brocardo, & L. Santos (Eds.), *Recursos na Educação Matemática* (pp. 291–302). Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática.

Trouche, L. (2004). Managing the complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: Guiding students' command process through instrumental orchestrations. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9, 281–307.

Voon, X., Wong, S., Wong, L., Khambari, M., & Syed-Abdullah, S. (2022). Developing Computational Thinking Competencies through Constructivist Argumentation Learning: A Problem-Solving Perspective. *International Journal of Information and Education Technology*, 12(6), 529–539.

<https://doi.org/10.18178/IJJET.2022.12.6.1650>

Wing, J. (2006). Computational thinking. *Communications of the ACM*, 49(3), 33–35. <https://doi.org/10.1145/1118178.1118215>

Wu, T.-T., Silitonga, L., & Murti, A. (2024). Enhancing English writing and higher-order thinking skills through computational thinking. *Computers & Education*, 213, 105012. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2024.105012>

Zeng, Y., Yang, W., & Bautista, A. (2023). Computational thinking in early childhood education: Reviewing the literature and redeveloping the three-dimensional framework. *Educational Research Review*, 39, 100520. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2023.100520>

Agradecimientos

Apoio institucional

Escola Superior de Educação de Coimbra | Instituto Politécnico de Coimbra

Escola de Ciências e Tecnologia | Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro

Instituto de Telecomunicações (IT), Delegação da Covilhã, no âmbito do projeto UIDB/50008/2023

Centro de Investigação e Inovação em Educação (inED), no âmbito do projeto UIDB/05198/2023

Centro de Investigação em Didática e Tecnologia na Formação de Formadores (CIDTFF), no âmbito do projeto UIDB/00194/2023

Centro de Investigação & Inovação em Desporto, Atividade Física e Saúde (SPRINT), no âmbito do projeto UID/06185/2023

Fundação para a Ciência e a Tecnologia, no âmbito da bolsa de doutoramento 2022.09720.BD

Associação HypatiaMat (<https://www.associacaohypatiamat.com/>)

Os autores agradecem, de forma especial, aos futuros professores que se empenharam e contribuíram de forma significativa ao longo da implementação deste programa de doutoramento, desenvolvido no âmbito da formação inicial de professores. A sua colaboração foi um pilar fundamental para a materialização deste eBook.

Adriana Mendes, Carina Silva, Catarina Mendonça, Fabiana Teixeira, Joana Cadima, João Carvalho, Letícia Sobral, Madalena Almiro, Margarida Neves, Maria Coragem, Maria Inês Simões, Sandy Machado, Tânia Carraca, Tatiana Couceiro, Tatiana Gomes e Vitória Melo.

Os autores agradecem igualmente às professoras cooperantes, cuja orientação e disponibilidade foram essenciais para a concretização das propostas em contexto de sala de aula. O seu compromisso com a formação de futuros professores foi, sem dúvida, uma mais-valia inestimável neste percurso.

Ana Patrícia Vidal, Elisabete Pires, Isabel Raimundo, Manuela Álvaro, Maria Alda Alves e Rita Pereira.

Os autores agradecem ainda aos revisores externos pelas leituras atentas, pelas críticas construtivas e pelas sugestões que contribuíram para o aprimoramento deste *eBook*.

Nuno Martins, Sílvia Natividad Moral-Sánchez e Sofia Gonçalves.

Notas sobre os autores

Rita Neves Rodrigues é doutoranda em Didática de Ciências e Tecnologias com especialização em Didática de Ciências Matemáticas na Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro com bolsa de doutoramento da Fundação para a Ciência e a Tecnologia (2022.09720.BD), membro integrado não doutorado do Centro de Investigação em Didática e Tecnologia na Formação de Formadores (CIDTFF) e Professora Assistente Convidada na Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Coimbra, com interesses de investigação em Didática da Matemática, Pensamento Computacional e Formação de Professores [ORCID ID: 0000-0001-8072-8453].

Cecília Costa é Professora Associada com Agregação da Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, Investigadora Integrada no Centro de Investigação em Didática e Tecnologia na Formação de Formadores (CIDTFF) da Universidade de Aveiro, com interesses de investigação em Didática de Ciências Matemáticas e Tecnologia e Formação de Professores [ORCID ID: 0000-0002-9962-562X].

Yelitza Freitas é mestre em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico pela Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Coimbra e Investigadora Colaboradora do inED - Centro de Investigação e Inovação em Educação, com interesses de investigação no desenvolvimento profissional de professores e no uso de artefactos digitais no ensino [ORCID ID: 0000-0002-9394-7724].

José Sacramento é Professor Adjunto na Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Coimbra e doutorando em Ciências da Educação com especialização em Organização do Ensino, Aprendizagem e Formação de Professores na Faculdade de Psicologia e de Ciências da Educação da Universidade de Coimbra, com interesses de investigação em Formação de Professores e Supervisão Pedagógica [ORCID ID: 0000-0002-1300-417X].

Virgílio Rato é Professor Adjunto na Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Coimbra e Especialista na área da Formação de Professores/Formadores e Ciências da Educação, com interesses de investigação em Ciências da Educação, Práticas Pedagógicas, Formação de Professores e Supervisão [ORCID ID: 0000-0002-2412-4302].

Sónia Brito-Costa é Professora Adjunta convidada na Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Coimbra e Investigadora Auxiliar de carreira no Instituto Politécnico de Coimbra. Membro da direção e coordenadora do polo de Coimbra do Centro de Investigação e Inovação em Educação (inED), participa em vários conselhos editoriais de revistas científicas internacionais, atuando também como revisora, e tem participado como perita avaliadora especialista na comissão europeia, tendo como interesses de investigação a Personalidade, os processos cognitivos, a Psicometria e a tomada de decisão [ORCID ID: 0000-0002-7074-887X].

Fernando Martins é Professor Coordenador Principal na Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Coimbra. Agregado em Estudos da Criança, Especialidade De Infância, Desenvolvimento e Aprendizagem

(Universidade Do Minho). Investigador do inED - Centro de Investigação e Inovação em Educação, do Instituto de Telecomunicações e do SPRINT – Centro de Investigação & Inovação em Desporto, Atividade Física e Saúde, com interesses de investigação em Didática de Matemática Elementar, Conhecimento Matemático para Ensinar, Métodos Matemáticos Aplicados a Problemas de Ciências do Desporto e Engenharia, Matemática Elementar, Pensamento Computacional, Robótica Educativa, Educação STEAM [ORCID ID: 0000-0002-1812-2300].

Notas sobre os revisores externos

Nuno Martins é Professor Adjunto Convidado na Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Coimbra. Doutorado em Didática de Ciências e Tecnologias com especialização em Didática de Ciências Matemáticas pela Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro. Investigador Colaborador do inED - Centro de Investigação e Inovação em Educação, com interesses de investigação em Didática de Matemática Elementar e Conhecimento Matemático para Ensinar [ORCID ID: 0000-0001-8850-338X].

Sílvia Natividad Moral-Sánchez é doutorada em Educação Matemática pela Universidade de Almería (Espanha). Mestre em Ensino Secundário e Formação Profissional, com especialização em Matemática e Engenharia de Telecomunicações pela Universidade de Málaga (Espanha). É Professora na área de Didática da Matemática da Universidade de Málaga, com interesses de investigação em Educação Matemática, Inovação Educativa, Educação

STEAM, Pensamento Computacional e Inteligência Artificial e Novas Tecnologias aplicadas ao ensino da Matemática. [ORCID ID: 0000-0002-0200-3569].

Sofia Gonçalves é Professora Adjunta Convidada na Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Coimbra e doutorada em Ciências da Educação, na especialidade de Organização do Ensino, Aprendizagem e Formação de Professores pela Faculdade de Psicologia e Ciências da Educação da Universidade de Coimbra. Investigadora Integrada do inED - Centro de Investigação e Inovação em Educação, com interesses de investigação em Didática, Organização Escolar, Políticas Educativas e Aprendizagem Cooperativa [ORCID ID: 0000-0002-9893-7875 CIÊNCIA ID: 6418-EEDA-C7B5]

